

ESTUDIO DE DOS TIPOS DE PUENTES DE MADERA

UNO CON VIGA SOPANDA I OTRO CON TORNAPUNTA

POR

LEONARDO LIRA

CAPITULO PRIMERO

VIGA SOPANDA

El estudio de este tipo de puente me ha conducido a un resultado negativo: he llegado a probar que es imposible salvar una luz de 10 m con una viga sopanda que resista la carreta de 6 T o la carga uniformemente repartida de 400 kg/m^2 sin trabajar mas de 80 kg/m^2 . El tipo comun de viga sopanda adoptado por la Direccion Jeneral de Obras Públicas para tramos de 10 m es el que indica la figura 1: viga de $0.30 \text{ m} \times 0.30 \text{ m}$ una primera sopanda de 6.50 m de largo i una segunda de 4 m las que dejan a la viga resistir sola en un espacio central de 3.50.

Para probar lo aseverado mas arriba, he calculado la tasa a que trabajaria una viga continúa sobre varios apoyos de la forma que indica la figura 2 (lo que equivale a suponer que en el sistema de la figura 1 resisten tres secciones donde hai dos sopandas i dos secciones donde hai una sopanda). Es evidente que la viga de la figura 2 es mas resistente que la de la figura 1, ya que se han despreciado los ensambles i las soluciones de continuidad entre la viga i las sopandas. Por consiguiente, si el cálculo de la viga de la figura 2 nos conduce a una tasa de trabajo inaceptable, con mayor razon debe ser rechazado el tipo de viga que indica la figura 1.

Para hacer el cálculo como viga continúa, he debido prescindir de las tablas de Cart i Portes inaplicables en el caso presente por la variacion de la seccion transversal, i he debido aplicar la fórmula jeneral del teorema de tres momentos. Debido a esto, los cálculos resultan algo largos i complicados. Los he simplificado algo, haciendo el cálculo sólo para la viga sobre tres apoyos en diversas posiciones de la carga; he hecho, ademas

el cálculo de la viga sobre cuatro apoyos en posiciones simétricas determinadas de la carga que facilitan el cálculo. Debido a la simetría de la forma de la viga, es lógico suponer que la adición de uno o mas tramos haga descender los momentos solicitantes en la misma proporción en que los hace descender en el caso de una viga de sección constante. Ahora bien, según lo manifiestan las tablas de Cart i Portes, la influencia en la disminución de los momentos solicitantes de la adición de un tramo, es muy pequeña. En efecto, la ordenada de la línea de influencia para dos tramos iguales para la sección 0,40 l₁, cuando la carga móvil está en dicha sección es 0.206 400 l¹, esa ordenada, en el caso de tres tramos, vale 0.203 404, lo que da un aumento de 30 en 2 034 o sea inferior a 1.5%.

CARGAS SOLICITANTES.—1. Cargas permanentes.—La carga permanente la forma el peso muerto que puede estimarse en 420 kg por metro corrido de viga según se desprende del detalle que se acompaña. En él se ha estimado el peso específico de la madera roble pellín en 1 000 kg para tomar en cuenta la humedad y la tierra.

TRAMO DE 10 M.—*Peso muerto*

Madera de roble pellín	m ³
Entablado inferior, 10 × 5 × 0.10.....	5
» superior, 10 × 5 × 0.075.....	3.75
Pasamano, 20 × 0.10 × 0.10.....	0.20
Cinta, 20 × 0.10 × 0.05.....	0.10
Montantes, 18 × 2 × 0.10 × 0.10.....	0.36
Vigas, 30 × 0.30 × 0.30.....	2.70
» 20 × 0.25 × 0.30.....	1.50
Sopandas, 32 × 0.30 × 0.30.....	2.88
» 20 × 0.30 × 0.30.....	1.80
Cabezal, 7 × 0.30 × 0.30.....	0.63
Guarda-rueda, 20 × 0.20 × 0.20.....	0.80
Contravientos en la cepa, 18 × 0.10 × 0.10.....	0.18
TOTAL.....	19.90
Peso	kg
Madera roble pellín.....	20.000
Fierro elaborado.....	320
Pintura, alquitranadura, clavos, etc.....	680
TOTAL.....	21.000

Peso muerto por metro corrido de viga

$$\frac{21\,000}{5.10} = 420 \text{ kg}$$

2. *Cargas accidentales.* — Son de dos clases: una concentrada, la carreta, i otra uniformemente repartida de 400 kg por metro cuadrado. He tomado la carreta de 6 T por considerar que ella corresponde al peso efectivo de las mas pesadas que puedan circular por los caminos del Sur, ya que estos puentes provisionales de madera sólo deberán construirse en las zonas productoras de maderas. El esquema de la carreta lo dan las figuras 3 i 4 i está tomado de la obra «Puentes de madera» por Otten.

Queda por averiguar la parte de la carga concentrada de 3 000 kg que efectivamente actúa sobre la viga. Dada la seccion transversal del puente en la forma que indica la figura 15, la posicion mas desfavorable para las vigas es la carreta colocada al centro del puente, es decir, las dos ruedas de 3 000 kg actuando casi a plomo de las dos vigas de 0.30×0.30 . Es evidente que el entablado de resistencia trasmite a las vigas vecinas (la central i las dos laterales) parte de las cargas de 3 000 kg. Debemos suponer que las cinco vigas, ya por medio de suples o naturalmente, terminan superiormente por cinco caras a nivel. Ademas, debemos suponer que los tablones van clavados encima de estas caras sin flexion inicial, es decir, que vienen bien planos.

En estas condiciones, el tablon es una pieza continúa sobre cinco apoyos a nivel. Al pasar la carreta, (figura 5) las vigas 2 i 4 toman una cierta flecha, es decir, los apoyos 2 i 4 descienden, al mismo tiempo que el tablon va trasmitiendo a las vigas 1, 3 i 5 una cierta parte de las cargas P, parte capaz de dar al tablon en los puntos 2 i 4 la misma flecha que toman las vigas 2 i 4.

En una palabra, debemos buscar el sistema de cargas 1, 2, 3, 4, 5 que cumpla con las condiciones siguientes: tener una suma igual a 6 000 kg; las fuerzas $(1 \times \frac{1}{2} 3)$ i $(5 \times \frac{1}{2} 3)$, que son las que obran sobre el tablon en los puntos 2 i 4, deben producir en éste, en los puntos 2 i 4, la misma flecha que toman las vigas 2 i 4 bajo la accion de las cargas

$$\left\{ P - \left(1 + \frac{1}{2} 3 \right) \right\} \text{ i } \left\{ P - 5 + \frac{1}{2} 3 \right\}.$$

Para hacer este cálculo, ha sido necesario proceder por tanteos, suponiendo resuelto el problema. Se ha calculado, primero, los momentos solicitantes de la viga de la figura 2 solicitada en el medio del primer tramo por una carga concentrada de 2 500 kg, lo que equivale a suponer que el tablon reparte 500 kg. sobre las vigas 1 i 3. Considero innecesario copiar aquí los cálculos que me han dado el valor del momento en el apoyo central porque indicaré esos mismos desarrollos con todo detalle mas adelante en el cálculo definitivo. Obtenido el valor del momento M a plomo de la cepa central, se ha dibujado el lugar de momentos i trazado la fibra media deformada por medio de un diagrama polar.

Resulta una flecha a plomo de la fuerza de 3,1 cms. (figura 16 i 17). Este resultado me ha indicado desde luego que la reparticion supuesta de 500 kg es pequeña, i por esto, para calcular la flecha del tablon, he supuesto una reparticion de 900 kg. Una primera aproximacion en el cálculo del tablon sobre tres apoyos desnivelados, me ha hecho ver que la reaccion 1 debida a 4 i 2 es mas o ménos la mitad de la reaccion 3 debida a esas fuerzas o mas claramente que de los 900 kg, 300 actuan sobre 1 i 600 sobre 3. El cálculo exacto de esta reparticion se hace en el cálculo definitivo. Resulta de aquí la reparticion de las cargas indicadas en la figura 7.

Como las flechas son proporcionales a la intensidad de las cargas i se ha obtenido que la viga da una flecha de 3.1 cm para 2 500 kg, resulta que las vigas 1, 2, 3, 4 i 5. descenderán de las cantidades que se indican en la figura 8.

La línea de segmentos indica la posicion del tablon sobre tres apoyos 1, 3 i 5 desnivelados de 1.13 cm. Vamos a ver ahora si este tablon, colocado sobre estos tres apoyos i con las cargas de 900 kg en 2 i 4, dá o nó, en esos puntos, una flecha de 1.67 cm, necesaria para alcanzar a las vigas 2 i 4 en su deformacion.

Primeramente debemos averiguar el valor del momento a plomo de 3, con lo que quedará definido el lugar de momentos. Llamando:

l la luz 1-3 o 3-5 que es igual a 2.80 m.

E el módulo de elasticidad de la madera 100 000 kg/cm².

I el momento principal de inercia del tablon

$$= \frac{1}{12} 0.3 \text{ m} \times (0.1)^3 \text{ m}^3$$

P la carga solicitante en 2 i 4 de 900 kg.

x la abcisa 1-2 o 3-4 que vale 1.40 m.

y el desnivel entre el apoyo 3 i la recta 1-5 que une los apoyos 1 i 5 i que vale 1.13 cm, se tiene:

$$2 M \cdot 2 l = P \frac{x \cdot (l^2 - x^2)}{l} + P \frac{x (l - x) (2l - x)}{l} + 6 \frac{y}{l} \cdot EI$$

Introduciendo en esa ecuacion los valores numéricos, se obtiene:

$$M \cdot 4 \cdot 2.8 = 900 \frac{1.4 (2.8^2 - 1.4^2)}{2.8} + 900 \frac{1.4 (2.8 - 1.4) (2 \cdot 2.8 - 1.4)}{2.8} \\ + 6 \frac{0.0113}{2.8} \cdot 1\,000\,000\,000 \cdot \frac{1}{12} 0.3 \cdot 0.1^3$$

Resolviendo, se obtiene:

$$M = 525 \text{ kgrm}$$

Con este valor se ha dibujado el lugar de momentos i se ha trazado la fibra media deformada (fig. 10). El depurado que se acompaña, ilustra por sí solo la manera de proceder e indica una flecha a plomo de la fuerza de 0.62 cm, inferior a la necesaria. Esto quiere decir que la repartición supuesta de 900 kg, es insuficiente. Este primer tanteo nos permite ver mas exactamente el valor que tienen las reacciones 1, 3 i 5. En efecto la reacción 3 se obtiene de la ecuación:

$$525 = -(5) \cdot 2.8 + 900 \cdot 1.4$$

$$(5) = 260 \text{ kg}$$

La parte de 3 debida a una carga de 900 kg valdrá entonces 640 kg, es decir, que de los 900 kg

$$\frac{2.5}{3.5}$$

se transmiten al apoyo 3 i

$$\frac{1}{3.5}$$

al apoyo 5.

Por medio de los diversos tanteos, he llegado a la distribución de las cargas que indica la figura 11, i que satisface las condiciones espuestas.

De modo que el tablon reparte 1 250 kg, de los cuales 360 van al apoyo 1 i 890 al apoyo 3. En tales condiciones, las vigas experimentan los descensos en centímetros, indicados en la figura 12.

Veamos ahora si el tablon, colocado sobre tres apoyos 1, 3 i 5 desnivelados de 1.67 cm, da, solicitado en 2 i 4 por cargas de 1 250 kg, flechas de 0.85 cm en 2 i 4. En verdad la flecha que se obtiene, segun puede deducirse análogamente a lo espuesto en el primer tanteo con 900 kg, es de 0.88 cm. Estimo que la solución encontrada es suficientemente aproximada para el objeto que nos ocupa. En números redondos, se tomará pues, como fuerza solicitante móvil de la viga una carga concentrada de 1 800 kg.

Cálculo.—Definidos el estado de solitacion, la forma de la viga i las fuerzas solitantes, paso a esponer detalladamente el cálculo refiriéndome a la figura 2, siendo la intensidad de la fuerza concentrada solitante de 1 800 kg. Aplicamos la fórmula jeneral del teorema de 3 momentos para una viga de sección variable sobre apoyos a nivel. Para mayor claridad, llamaremos l_1 la luz del primer tramo i l_2 la del segundo, aunque son iguales.

$$\frac{1}{l_1} \int_0^{l_1} \frac{M}{\epsilon} x dx + \int_0^{l_2} \frac{M}{\epsilon} dx - \frac{1}{l_2} \int_0^{l_2} \frac{M}{\epsilon} x dx = 0.$$

Podemos eliminar de esta ecuación a ϵ , porque lo que interviene no es el valor absoluto de ϵ , sino los valores relativos correspondientes a las diversas secciones trasversales. Por consiguiente, bastará afectar con el factor $\frac{1}{x^3}$ los términos correspondientes a tres secciones (la viga i dos sopandas; I es función del cubo de la altura: una sección triple tiene un I 27 veces mayor), con el factor $\frac{1}{x}$ los correspondientes a dos secciones

(la viga i una sopanda) i no afectar los términos correspondientes a una seccion. Llamando M el momento en el apoyo central, se tiene:

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{l_1} \int_0^{l_1} \frac{M}{\epsilon} x dx \left\{ \begin{aligned}
 & \frac{M}{10} \left\{ \frac{1}{27} \times \frac{1}{2} \times 0.2 \times 2 \times \frac{2}{3} \times 2 + \frac{1}{8} \times \frac{1}{2} (0.2 + 0.325) \cdot \right. \\
 & 1.25 \left(3.25 - \frac{0.325 + 2 \cdot 0.2}{0.325 + 0.2} \times \frac{1.25}{3} \right) + \frac{1}{2} (0.325 + 0.675) \\
 & 3.50 \left(6.75 - \frac{0.675 + 2 \cdot 0.325}{0.675 + 0.325} \times \frac{3.50}{3} \right) + \frac{1}{8} \times \frac{1}{2} (0.675 + 0.8) \cdot \\
 & 1.25 \left(8 - \frac{0.8 + 2 \cdot 0.675}{0.8 + 0.675} \times \frac{1.25}{3} \right) + \frac{1}{27} \times \frac{1}{2} \cdot (0.8 + 1) \cdot \\
 & \quad \left. 2 \cdot \left(10 - \frac{1 + 2 \cdot 0.8}{1 + 0.8} \times \frac{2}{3} \right) \right\} \\
 & - \frac{1}{10} \times \frac{1}{4} \cdot 800 \times 10 \left\{ \frac{1}{27} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} \times 2 \times \frac{2}{3} \times 2 + \frac{1}{8} \times \frac{1}{2} \right. \\
 & \quad \left(\frac{2}{5} + \frac{3.25}{3} \right) 1.25 \left(3.25 - \frac{3.25 + 2 \times 2}{3.25 + 2} \times \frac{1.25}{3} \right) \\
 & \quad + \frac{1}{2} \left(\frac{3.25}{5} + \frac{5}{5} \right) 1.75 \left(5 - \frac{5 + 2 \times 3.25}{5 + 3.25} \times \frac{1.75}{3} \right) \\
 & \quad + \frac{1}{2} \left(\frac{5}{5} + \frac{3.25}{5} \right) 1.75 \left(5 + \frac{5 + 2 \times 3.25}{5 + 3.25} \times \frac{1.75}{3} \right) \\
 & \quad + \frac{1}{8} \times \frac{1}{2} \left(\frac{3.25}{5} + \frac{2}{5} \right) 1.25 \left(6.75 + \frac{3.25 + 2 \times 2}{3.25 + 2} \times \frac{1.25}{3} \right) \\
 & \quad \left. + \frac{1}{27} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} \times 2 \left(8 + \frac{1}{3} \times 2 \right) \right\} \\
 & + M \left\{ \frac{1}{27} \times \frac{1}{2} \times (1 + 0.8) \times 2 + \frac{1}{8} \times \frac{1}{2} (0.8 \times 0.675) \times 1.25 \right. \\
 & \quad + \frac{1}{2} \times (0.675 + 0.325) \times 3.50 + \frac{1}{8} \times \frac{1}{2} (0.325 + 0.2) \times 1.25 \\
 & \quad \left. + \frac{1}{27} \times \frac{1}{2} \cdot 0.2 \times 2 \right\}
 \end{aligned}
 \right.
 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{12} \int_0^{12} \frac{M}{\epsilon} x \, dx \left\{ \begin{aligned} & - \frac{M}{10} \left\{ \frac{1}{27} \times \frac{1}{2} (1+0.8) \times 2 \times \frac{1+2 \times 0.8}{1+0.8} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{8} \times \frac{1}{2} \right. \\ & (0.8 + 0.675) \times 1.25 \times \left(2 + \frac{0.8+2 \times 0.675}{0.8+0.675} \times \frac{1.25}{3} \right) + \frac{1}{2} \\ & (0.675 + 0.325) \times 3.50 \times \left(3.25 + \frac{0.675+2 \times 0.325}{0.675+0.325} \times \frac{3.50}{3} \right) \\ & + \frac{1}{8} \times \frac{1}{2} (0.325 + 0.2) 1.25 \left(6.75 + \frac{0.325+2 \times 0.2}{0.325+0.2} \times \frac{1.25}{3} \right) \\ & \left. + \frac{1}{27} \times \frac{1}{2} 0.2 \times 2 \left(8 + \frac{1}{3} \times 2 \right) \right\} \end{aligned} \right.$$

Ejecutando las operaciones, se obtiene:

$$M = 3\,260 \text{ kg}$$

Los trabajos máximos se producen en las secciones *a*, *b* i *c*.

Con una seccion resistente, en *b* i vale:

$$R_b = \frac{M}{\frac{I}{V}} = \frac{287000}{\frac{1}{6} \frac{30 \times 30^3}{6}} = 64 \text{ kg/cm}^2$$

Con dos secciones resistentes, en *a* i vale:

$$R_a = \frac{116000}{18000} = 26.5 \text{ kg/cm}^2$$

Con tres secciones resistentes, en *c* i vale:

$$R_c = \frac{326000}{40500} = 8 \text{ kg/cm}^2$$

Observacion.—No se ha tomado en cuenta en este estudio, el aumento de la tasa de trabajo que debe darse a la tasa corriente deducida con el módulo de flexion comun cuando hai una variacion rápida en la seccion trasversal. No se ha hecho esto, porque los resultados obtenidos son concluyentes por sí solos sin haber necesidad de tomar en cuenta ese aumento en la tasa de trabajo.

Segun puede verse en los testos de resistencia de materiales, si llamamos α el ángulo complementario del que formaria una recta con la tangente a la curva que limita la pieza, recta trazada de manera a formar ángulos iguales con las dos curvas que limitan la seccion longitudinal de la pieza, se tiene que para $\alpha = 30^\circ$ la disminucion del momento de inercia es de 17% i para $\alpha = 45^\circ$ de 36%. Por lo demas, en nuestro caso los momentos máximos no se han producido en la zona de variacion rápida de la seccion trasversal.

Carga a los 0.2 l

Resolviendo este caso de una manera análoga al anterior, se obtiene:

$$M = 1535 \text{ kg}$$

Los trabajos máximos se producen en las secciones $0.2 l$ i $0.325 l$, i en el apoyo central.

Con una seccion resistente en la seccion $0.325 l^2$:

$$R = \frac{240000}{4500} = 52 \text{ kg/cm}^2$$

Con dos secciones resistentes en la seccion $0.2 l^2$, i vale:

$$R = \frac{257300}{1800} = 14 \text{ kg/cm}^2$$

Con tres secciones resistentes en el apoyo, i vale:

$$R = \frac{153500}{40500} = 3.8 \text{ kg/cm}^2$$

Carga en la seccion 0.325 l²

En este caso se obtiene:

$$M=2470 \text{ kg}$$

Los trabajos máximos se producen en las secciones $0.2 l^2$ $0.325 l^2$ i en el apoyo del medio.

Con una seccion resistente en la seccion en la seccion $0.325 l^2$, i vale:

$$R = \frac{315000}{4500} = 70 \text{ kg/cm}^2$$

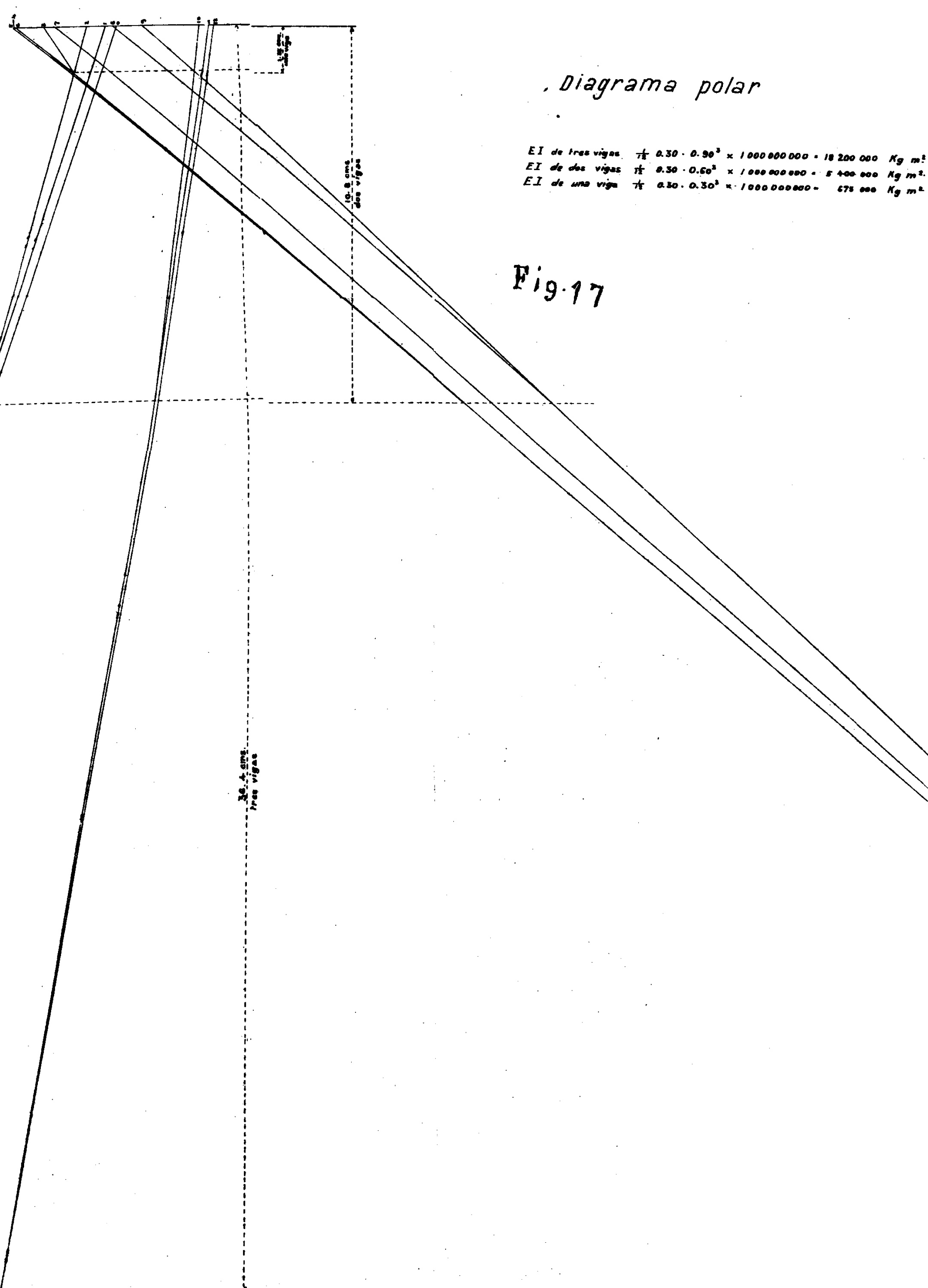
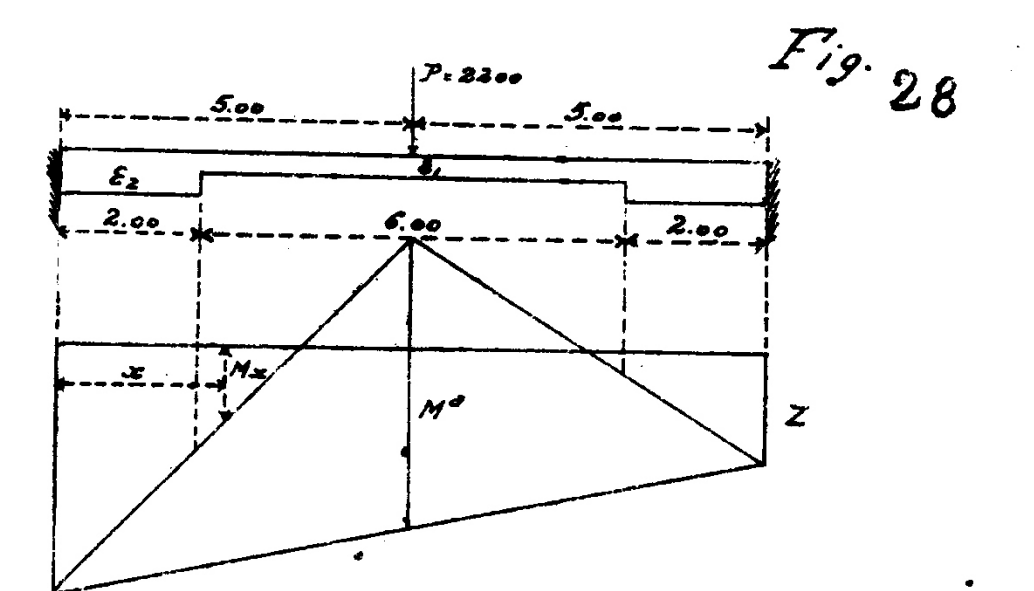
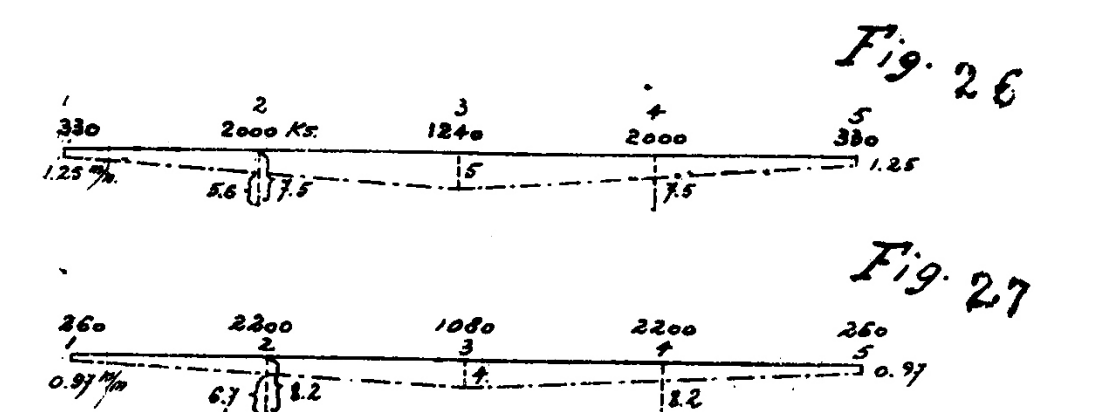
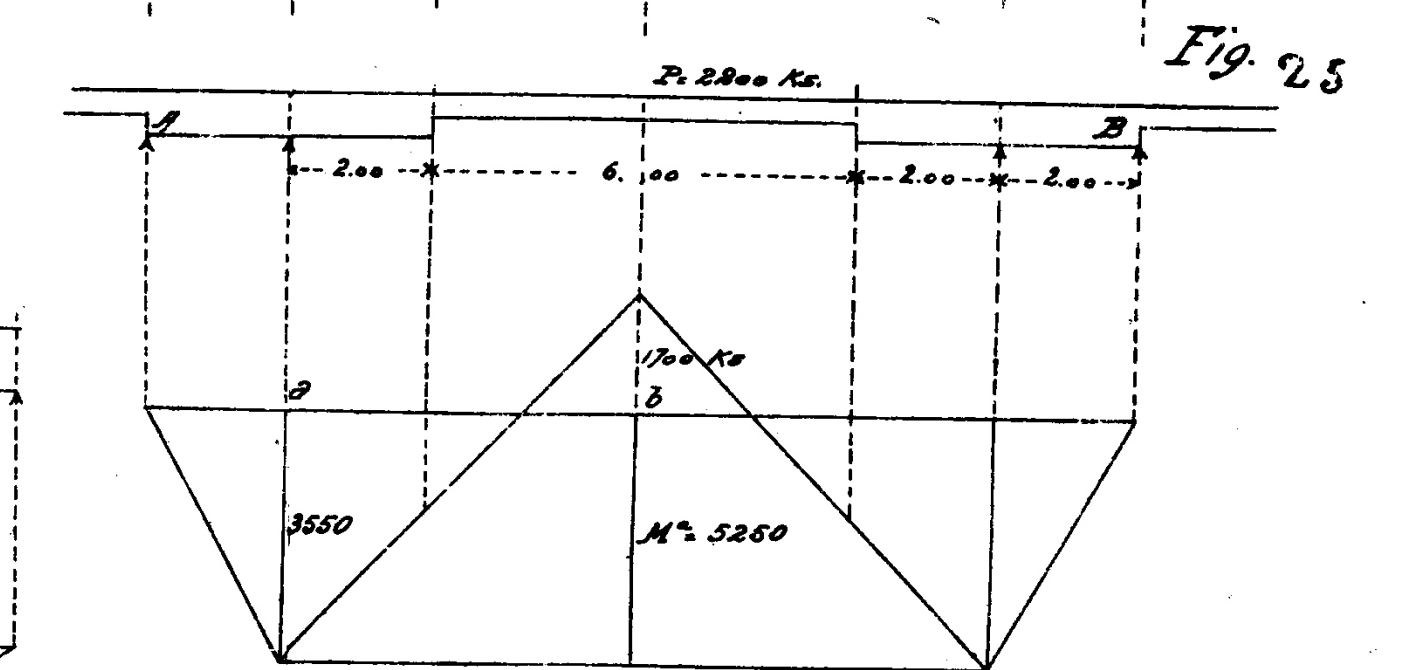
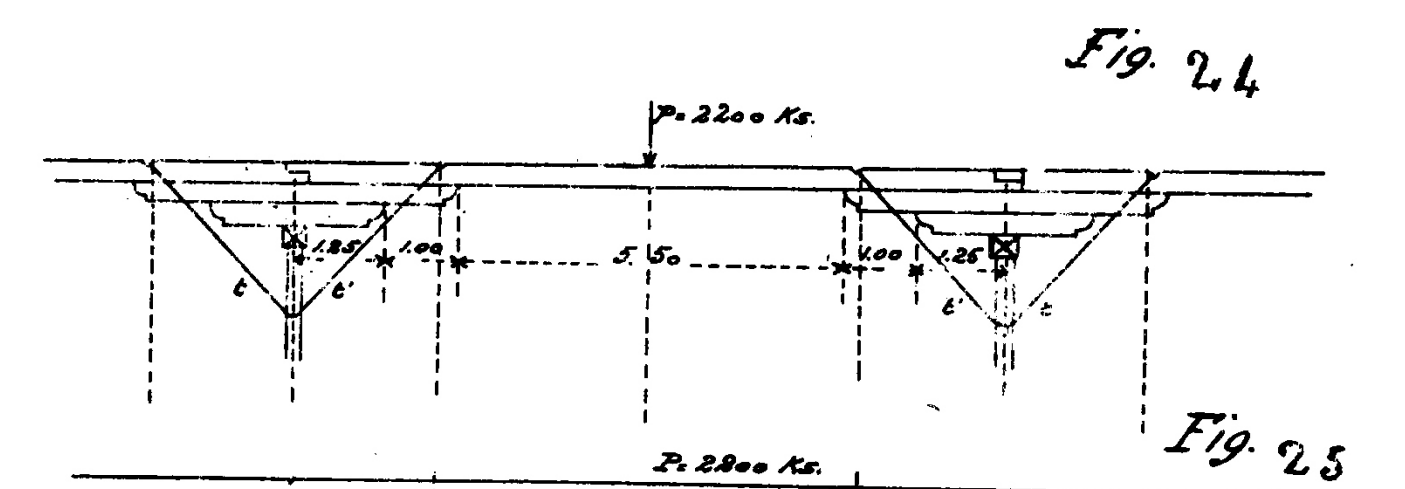
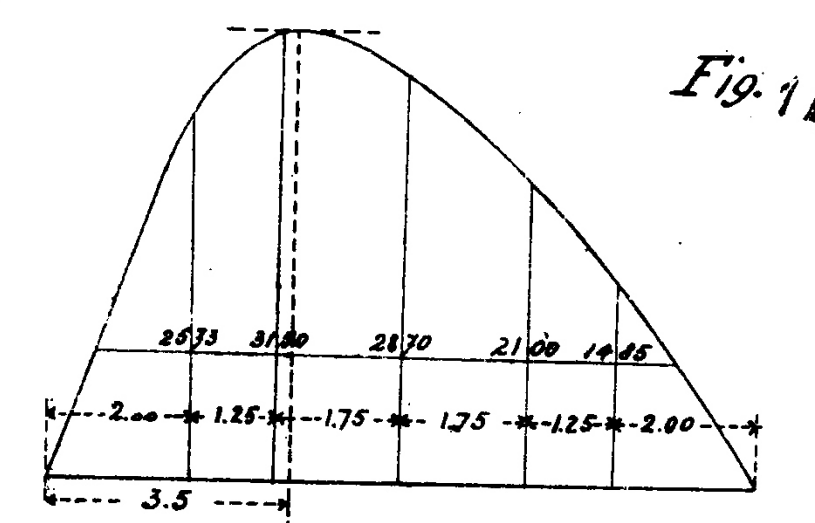
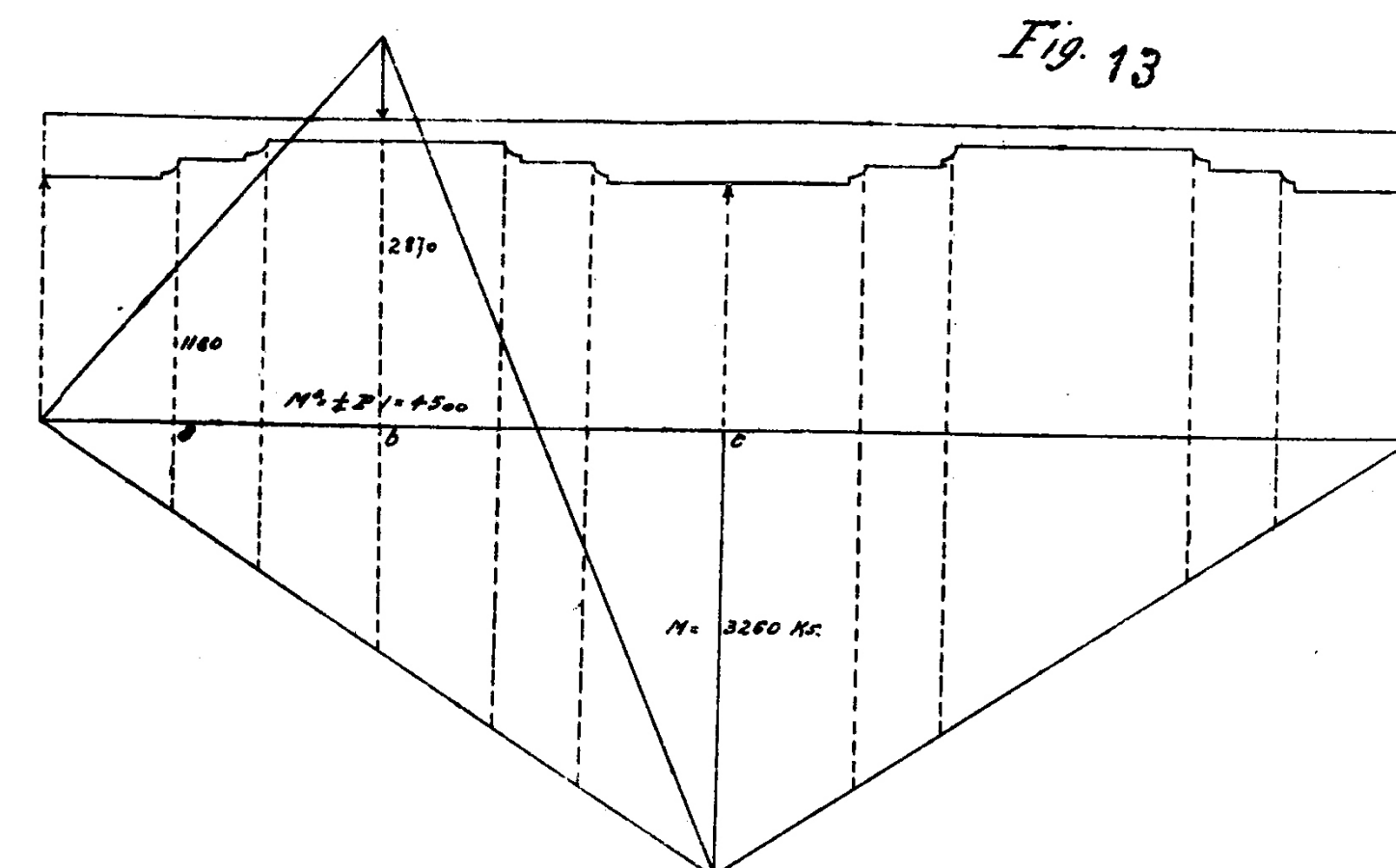
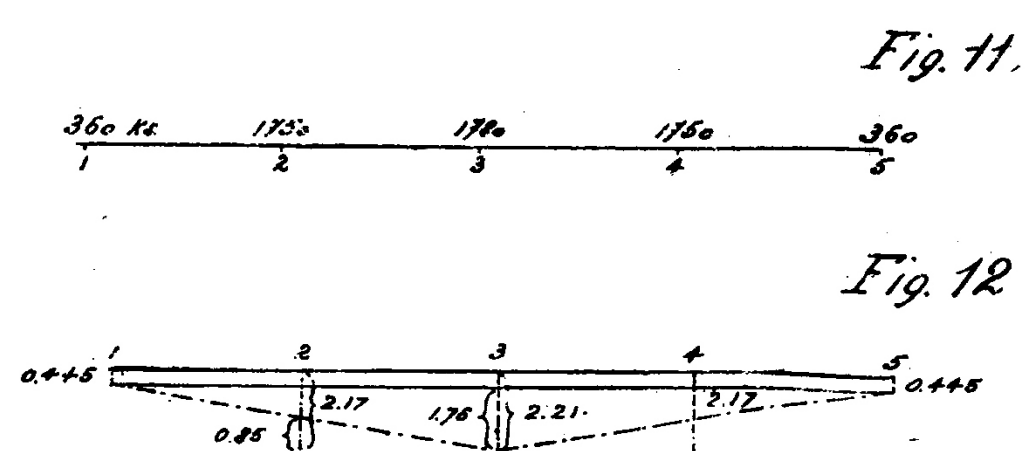
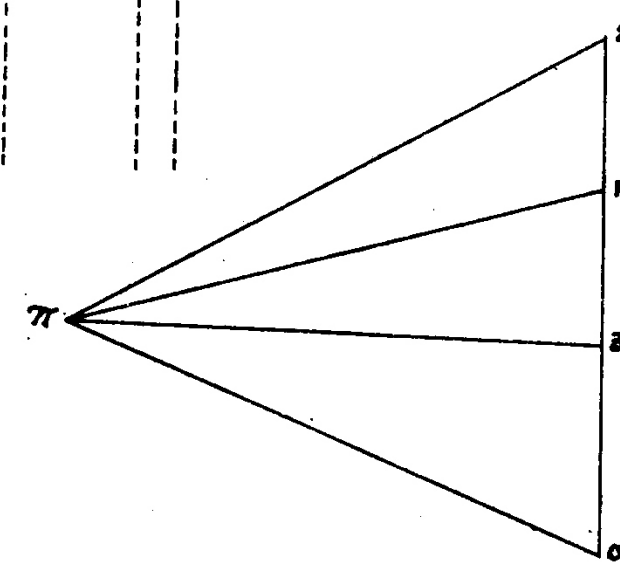
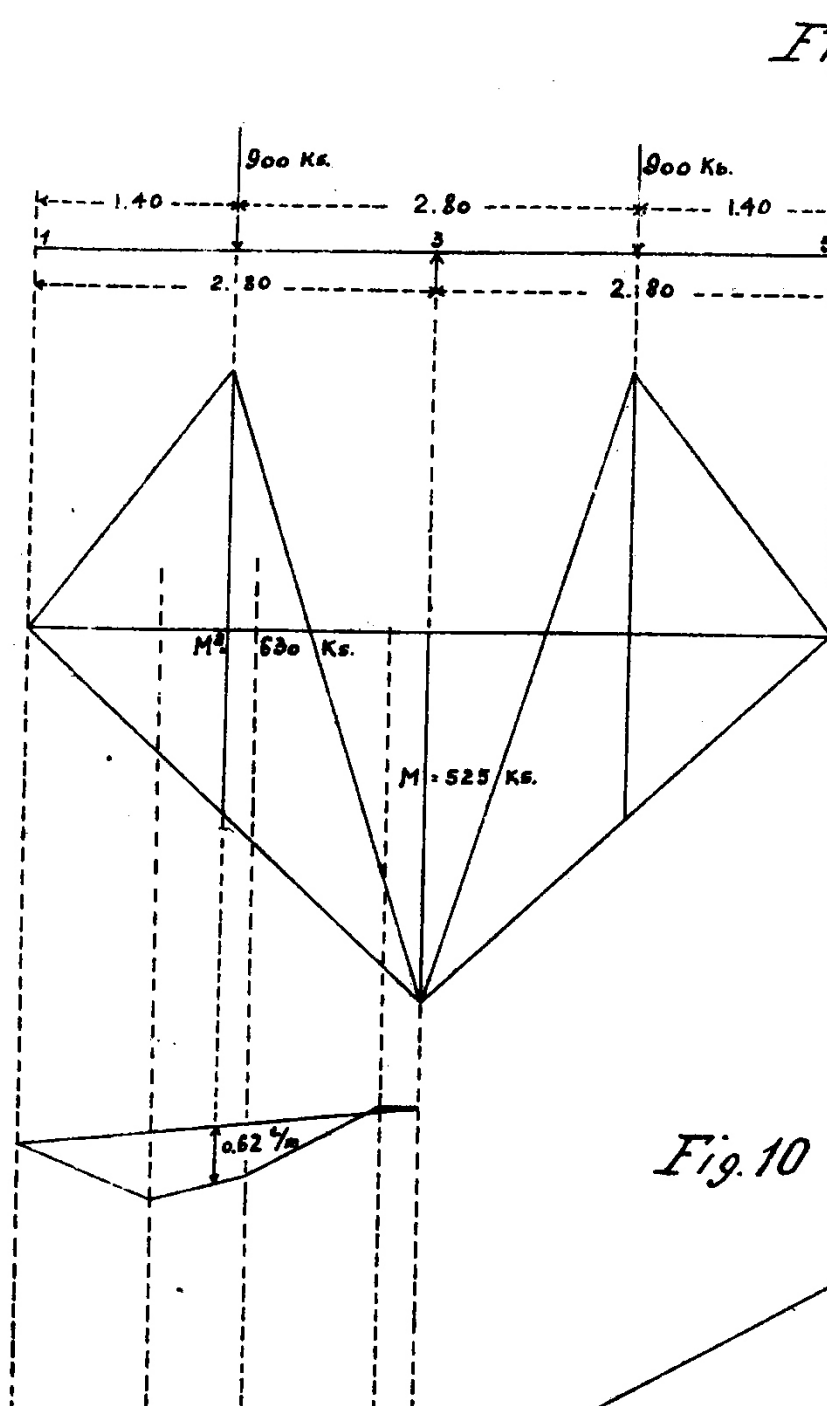
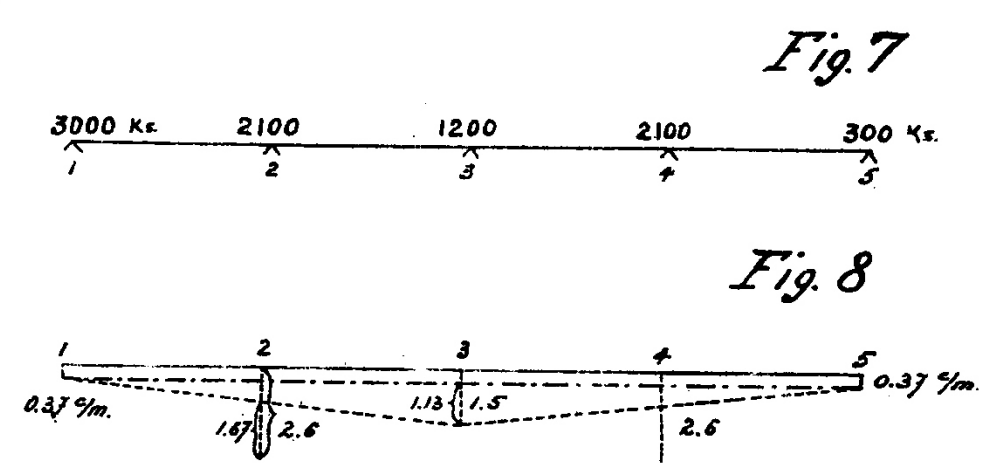
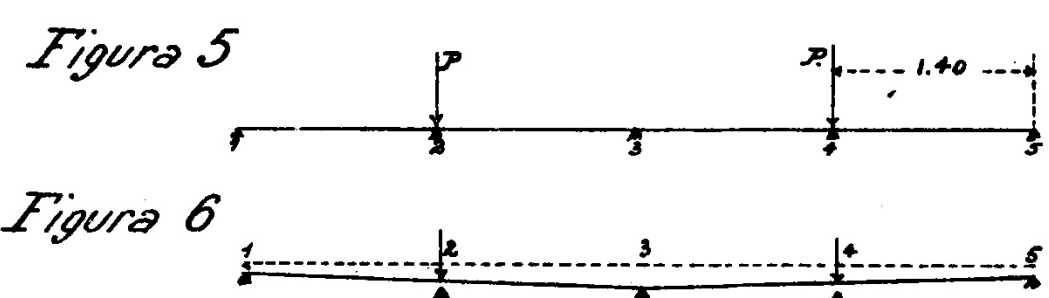
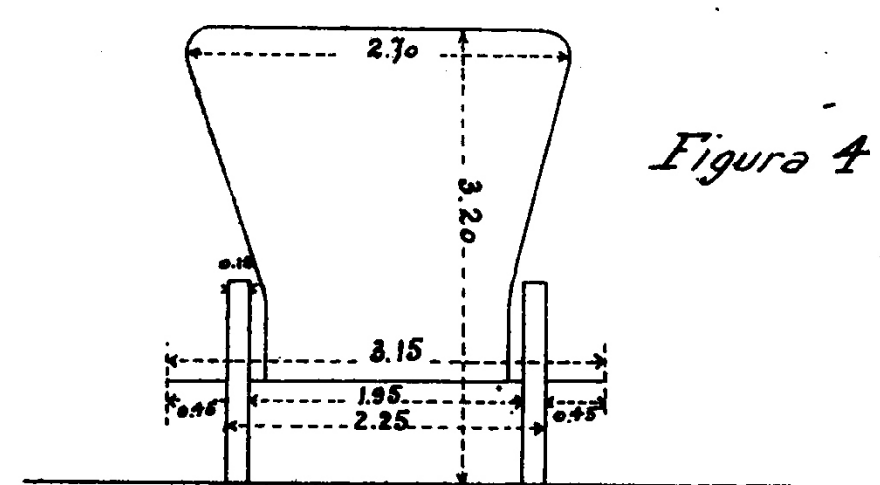
Con dos secciones resistentes en la seccion $0.2 l^2$, i vale:

$$R = \frac{195000}{18000} = 11 \text{ kg/cm}^2$$

Con tres secciones resistentes en el apoyo, i vale:

$$R = \frac{247000}{40500} = 6 \text{ kg/cm}^2$$

(Continuará)



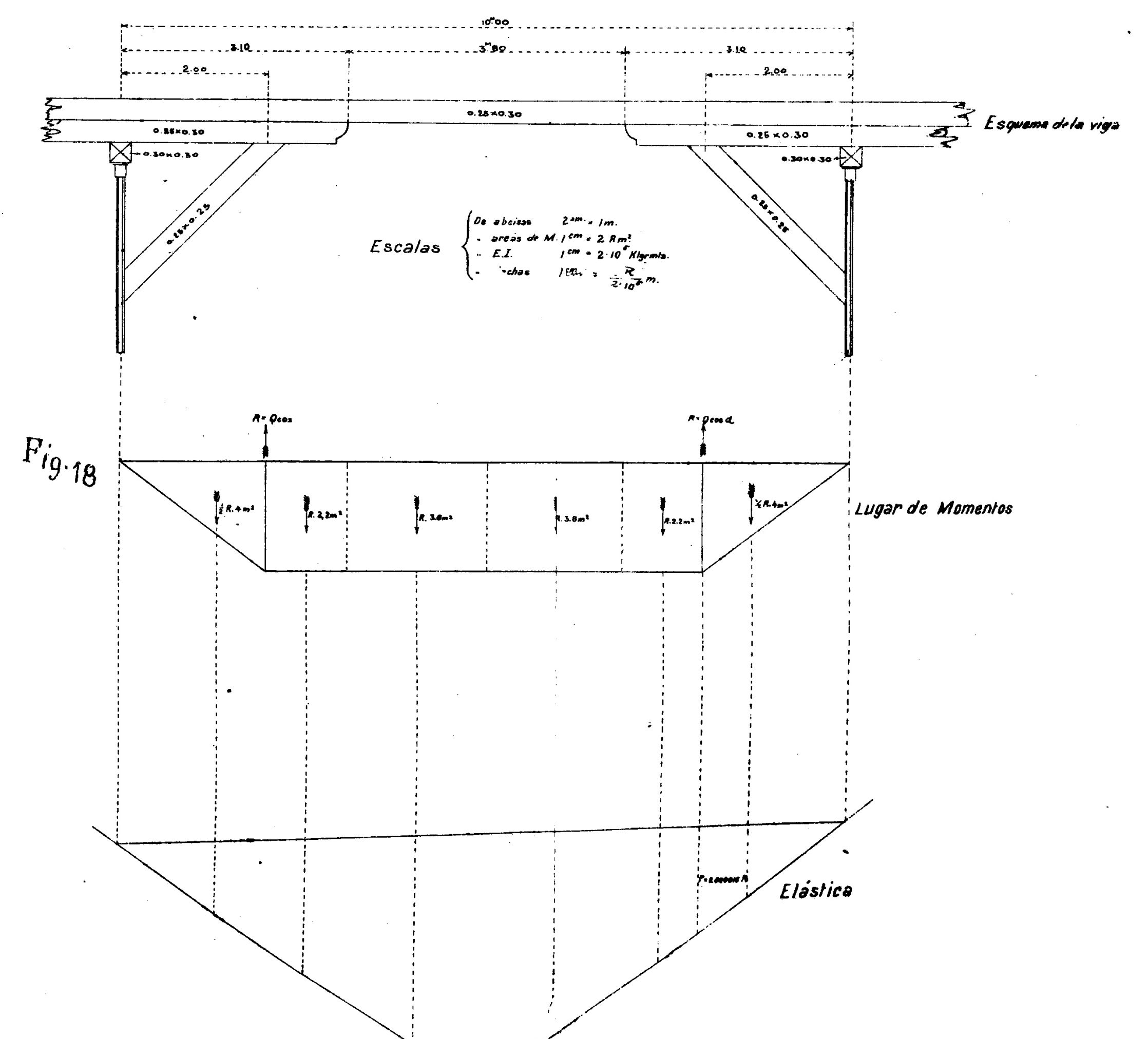
. Diagrama polar

EI de tres vigas $\frac{1}{3} 0.30 \cdot 0.30^3 \times 100000000 = 18200000 \text{ Kg m}^2$
 EI de dos vigas $\frac{1}{2} 0.30 \cdot 0.60^3 \times 100000000 = 5400000 \text{ Kg m}^2$
 EI de una viga $\frac{1}{4} 0.30 \cdot 0.30^3 \times 100000000 = 675000 \text{ Kg m}^2$

Fig. 17

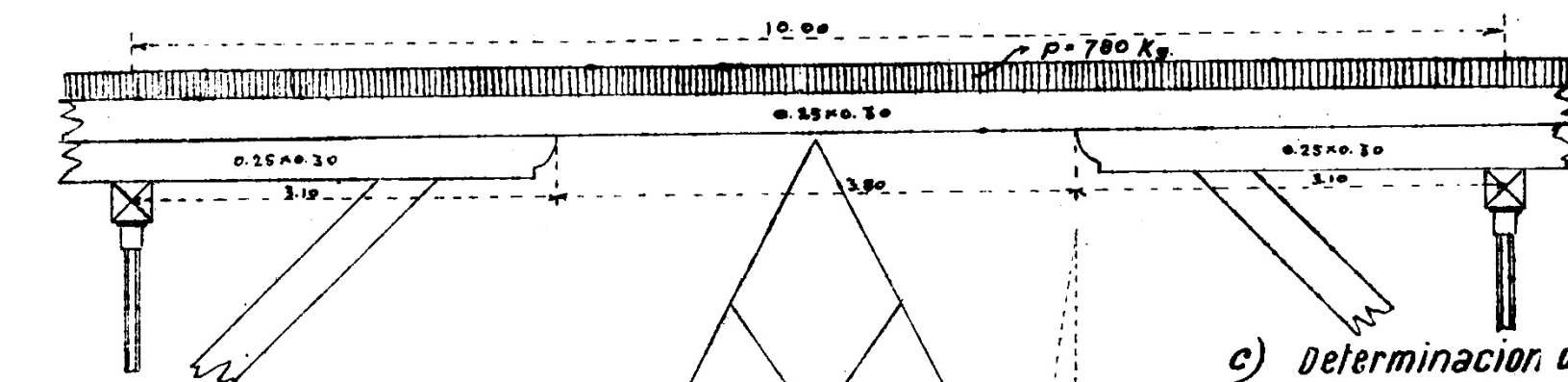
I Viga de 0.25×0.30 - Tornapuntas de 0.25×0.25 a 2.00

a) Determinación de la flecha $f_{Q_{\cos \alpha}}$ en la viga solicitada por dos cargas $Q_{\cos \alpha}$



ESTUDIO DE DOS TIPOS DE PUENTES DE MADERA = L. LIRA

Lámina II



c) Determinación de la flecha en la sección de apoyo de la hornapunta para la viga cargada con $p = 780 \text{ Kg}$

Escalas: M $1^{\text{cm}} = 1000 \text{ Kg.m}$
 M $1^{\text{cm}} = 1 \text{ m}$
 EI $1^{\text{cm}} = 5000 \text{ Kg.m}^2$
 $Flecha$ $1^{\text{cm}} = 2.16^{\circ} \text{ Kg}$
 $1^{\text{cm}} = 1 \text{ m}$

Fig 22

Lugar de momentos

Diagrama polar

Fig 23

Lugar de momentos i flecha para dos tramos
cargados con $P = 2500 \text{ Kgms}$ a 0.5 T

Fig 16

Escalas: M $1^{\text{cm}} = 1000 \text{ Kgms}$
 EI $1^{\text{cm}} = 5000 \text{ Kgms}^2$
 M $1^{\text{cm}} = 1 \text{ m}$
 $Flecha$ $1^{\text{cm}} = 2.16^{\circ} \text{ Kgms}$
 $1^{\text{cm}} = 1 \text{ m}$

Esquema de una sección transversal del puente
Esc. 4cm = 1m.

b) Determinación de la flecha en la sección apoyo de la hornapunta para la carga $p = 2500 \text{ Kg}$ colocada al centro

Escalas: M $1^{\text{cm}} = 1000 \text{ Kgms}$
 M $1^{\text{cm}} = 1 \text{ m}$
 EI $1^{\text{cm}} = 5000 \text{ Kgms}^2$
 $Flecha$ $1^{\text{cm}} = 2.16^{\circ} \text{ Kgms}$
 $1^{\text{cm}} = 1 \text{ m}$

Diagrama polar

Fig 19

Diagrama polar

Fig 21

Fig 20

Lugar de momentos

Elastic

Planta

Fig 15