Puentes carreteros chilenos

Puente sobre el rio Picoiquen en Angol

Por Gustavo Lira

Lonjitud 60 metros, 6 tramos de 10 metros.

Ancho 4,20 metros.

Superstructura compuesta de 4 vigas de madera de 0,30×0,30 con dos sopandas de la misma escuadria, doble entablado, guarda ruedas i barandillas de madera.

Infrastructura.—Estribos de pilotes doble té de fierro de 0,30 con altura de terraplen de 6 metros, cepas de pilotes de fierro de seccion cruz laminada.

El valor de este puente, incluso terraplenes de acceso es de $ 48 000 o sea $ 800 por metro lineal.

El proyecto fué elaborado por el injeniero señor Gustavo Lira i los trabajos los dirije el injeniero señor Cárlos Renjifo.

La parte mas interesante de este proyecto es el cálculo de los pilotes del frente i de las alas de los estribos que es el que a continuacion se indica.

CÁLCULO DEL ESTRIBO

A. *Pilotes del frente del estribo.*—Supondremos estos pilotes empotrados a la cota 93,00, es decir un metro mas abajo del nivel del suelo. El estremo del pilote alcanza a la cota 98,35, i el terraplen, a 99,70.

Estos pilotes están sometidos a flexion i a compresion; la flexion se debe al empuje de las tierras i la compresion al peso del puente con la sobrecarga, mas la componente vertical del empuje.

Para el cálculo del empuje se ha supuesto una sobrecarga de 400 K/pm², una densidad T=1600 Kg para el terraplen, i como ángulos de rozamiento, $\varphi = 40$ i $\varphi' = \frac{\varepsilon}{2} = 20°$. Resulta con esto como valor del empuje por metro de ancho

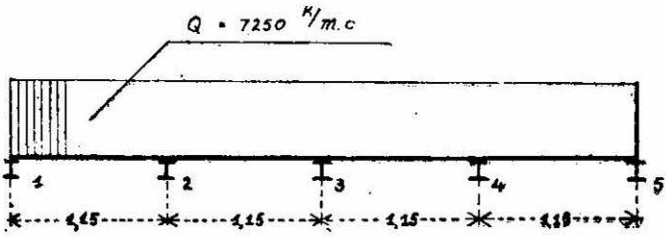
$$Q = 7250 \text{ kilos}$$

aplicado a 2,15 m sobre el plano de empotramiento.

Las componentes de este empuje valen

$$Q_h = Q \cos 20^\circ = 6815 \text{ kilos} \qquad (1)$$
$$Q_v = Q \operatorname{sen} 20^\circ = 2465 \quad — \qquad (2)$$

Los pilotes del frente del estribo van colocados a distancias de 1,15 m; conside-



rando los tablones que sostienen las tierras como piezas sobre 5 apoyos, resulta que el pilote mas solicitado es el N.º 2 (i p. c. el N.º 4) que recibe una reaccion

$$R = 1{,}143 \times 1{,}15 \times Q = 1{,}31\ Q.$$

Las componentes de este empuje valen

$$R_h = 1{,}31\ Q_h = 1{,}31 \times 6815 = 8930 \text{ k} \qquad (3)$$
$$R_v = 1{,}31\ Q_v = 1{,}31 \times 2465 = 3230 \text{ k} \qquad (4)$$

Trabajo del pilote a la compresion.

Las cargas verticales que actúan sobre el pilote pueden estimarse del modo siguiente:

del peso de medio-tramo (10 000 k) corresponden al pilote $\frac{10\,000 \times 1{,}143}{4}$	2 865 K
mas la reaccion de la carreta de 4 toneladas (mas desfavorable que la sobrecarga de 400 Km²).....	3 000 K
mas R_v	3 230 K
	9 090 K

que redondearemos a 9 400 K para tomar en cuenta el peso propio del pilote.

La seccion Ω_t total del pilote vale

$$\Omega_t = 6900 \text{ mm}^2$$

Como para compresion se puede tomar como seccion neta la seccion total, el trabajo del fierro por compresion valdrá

$$\tau_c = \frac{9\,400}{6\,900} = 1{,}36 \text{ Kmm}^2 \qquad \text{(A)}$$

Trabajo del pilote a la flexion.

El empuje horizontal de las tierras es una fuerza continuamente repartida. Conocemos su valor total ($R_h = 8\,930$ K) i la razon de sus valores estremos:

(a) $$\frac{p_s}{p_i} = \frac{h}{H+h} = \frac{1{,}60}{5{,}35+1{,}60} = \frac{1{,}60}{6{,}95} = 0{,}230$$

Pero $$H\,\frac{p_s + p_i}{2} = R_h$$

de donde

(b) $$p_s + p_i = \frac{2\,R_h}{H} = \frac{2 \times 8930}{5{,}35} = 3340 \text{ K/m c}$$

Ahora, componiendo la proporcion (a)

$$\frac{p_s}{p_s + p_i} = \frac{0{,}230}{1{,}230} = 0{,}187$$

de donde $$p_s = 0{,}187\,(p_s + p_i)$$

$$p_s = 0{,}187 \times 3340 = 625 \text{ K/m c} \qquad (5)$$

i p. c. $$p_i = 3340 - 625 = 2715 \text{ K/m c} \qquad (6)$$

La variacion del valor de p por m. c. alcanza a

$$d\,p = \frac{2715 - 625}{5{,}35} = \frac{2090}{5{,}35}$$

$$= 391 \text{ K/m c/m c} \qquad (7)$$

Si el pilote, supuesto como se ha dicho empotrado en M estuviese libre en N esta carga continuamente repartida produciría un lugar de M de ecuacion

$$M = \frac{1}{2}\,p_s\,(H-x)^2 + \frac{1}{6}\,dp\,(H-x)^3$$

i dando a los términos su valor numérico:

$$M = 312{,}5\,(5{,}35-x)^2 + 65{,}2\,(5{,}35-x)^3 \qquad (8)$$

Se puede construir esta parábola de tercer grado por puntos, dando a x los valores 0,5 1,0 1,5 m, etc.

Se obtienen los valores de M que siguen:

Tenemos que $$S_0^H = \int_0^{3,35} M\,dx$$

ademas $$\delta = H - \frac{\int_0^{5,35} Mx\,dx}{\int_0^{3,35} M\,dx}$$

Por consiguiente $$X = \frac{3\left(5,35\int_0^{5,35} M\,dx - \int_0^{5,35} Mx\,dx\right)}{5,35^3} \qquad (9)$$

Falta sólo calcular las dos integrales.

$$\int_0^{5,35} M\,dx = \int_0^{5,35} 3,12,5\,(5,35-x)^2\,dx + 65,2\,(5,35-x)^3\,dx$$

$$= \left[-312,5\,\frac{(5,35-x)^3}{3} - 65,2\,\frac{(5,35-x)^4}{4}\right]_0^{5,35}$$

En el límite superior la $\int$ vale 0; en el límite inferior vale

$$-312.5\,\frac{\overline{5,35}^{\,3}}{3} - 65,2\,\frac{\overline{5,35}^{\,4}}{4} = -29250$$

Por consiguiente

$$\int_0^{5,35} M\,dx = 29250$$

$$\int_0^{5,35} Mx\,dx = \int_0^{5,35} 312,5\,(5,35-x)^2\,x\,dx + 65,2\,(5,35-x)^3\,x\,dx$$

$$= \left[321,5 \times \overline{5,35}^{\,2}\,\frac{x^2}{2} - 2 \times 312,5 \times 5,35\,\frac{x^3}{3} + 312,5\,\frac{x^4}{4} + 65,2 + \overline{5,35}^{\,3}\,\frac{x^2}{2} - 3 \times 65,2\right.$$

$$\left.\overline{5,35}^{\,2}\,\frac{x^3}{3} + 3 \times 65,2 \times 5,35\,\frac{x^4}{4} - 65,2\,\frac{x^5}{5}\right]_0^{5,35}$$

$$= \left[9450\,x^2 - 2980\,x^3 + 339\,x^4 - 13\,x^5\right]_0^{5,35}$$

Introduciendo los límites resulta

$$\int_0^{5,35} Mx\,dx = 34450$$

Por consiguiente

$$X = \frac{3\,(5,35 \times 29250 - 34450)}{5,35^3}$$

$$X = 2390 \text{ kilos}$$

Esta fuerza produce momentos de signo contrario a los de la carga continuamente repartida i que valen:

$$M_{92,0} = -2390 \times 5,35 = -12785 \text{ Kgrmtrs}$$

$M_{93,5} = -11590$ K	$M_{94,0} = -10395$ Kgrmtrs
$M_{94,5} = -9200$ »	$M_{95,0} = -8005$ »
$M_{95,5} = -6810$ »	$M_{96,0} = -5615$ »
$M_{96,5} = -4420$ »	$M_{97,0} = -3225$ »
$M_{97,5} = -2030$ »	$M_{98,0} = -835$ »

$$M_{98,35} = 0$$

La nueva curva de momentos se obtiene sumando aljebraicamente estos valores con los momentos que produce la carga continuamente repartida (páj. 307): es la curva NT que da un valor máximo en la seccion de empotramiento:

$$M_{máx} = 18900 - 12785 = 6115 \text{ Kgrmtrs}$$

La tasa a que trabaja por flexion el metal valdrá entónces

$$\tau_f = \frac{M}{\frac{I}{V}} = \frac{6115000}{652000} = 9,38 \text{ K/m m}^2 \text{ (B)}$$

La fatiga máx. total alcanzará por consiguiente a

$$\tau = \tau_c + \tau_f = 1,36 + 9,38 = 10,74 \text{ K/m m}^2$$

Tasa admisible.—El pilote I presenta distinta rijidez: su radio máximo de jiracion vale

$$r_{máx.} = \sqrt{\frac{9785}{69}} = \sqrt{142} = 11,9 \text{ cms}$$

i su radio mínimo:

$$r_{min.} = \sqrt{\frac{449}{69}} = \sqrt{6,5} = 2,55 \text{ cms}$$

Consideremos el sentido de flexion para el cual I es máximo. Tenemos para este sentido

$$l = 5,35 \text{ m}$$

i p. c.

$$\frac{l}{r} = \frac{535}{11,9} = 45 < 110$$

La fórmula aplicable será la de Rankine:

$$p = \frac{10}{1 + 0,0001\,(45)^2} = 8,33 \text{ K/m m}^2$$

Esta tasa queda por consiguiente sobrepasada en 2,41 K/m m² o sea en 29 %.

En el sentido de mínima rijidez tenemos

$$l = 1,15 \text{ m}$$

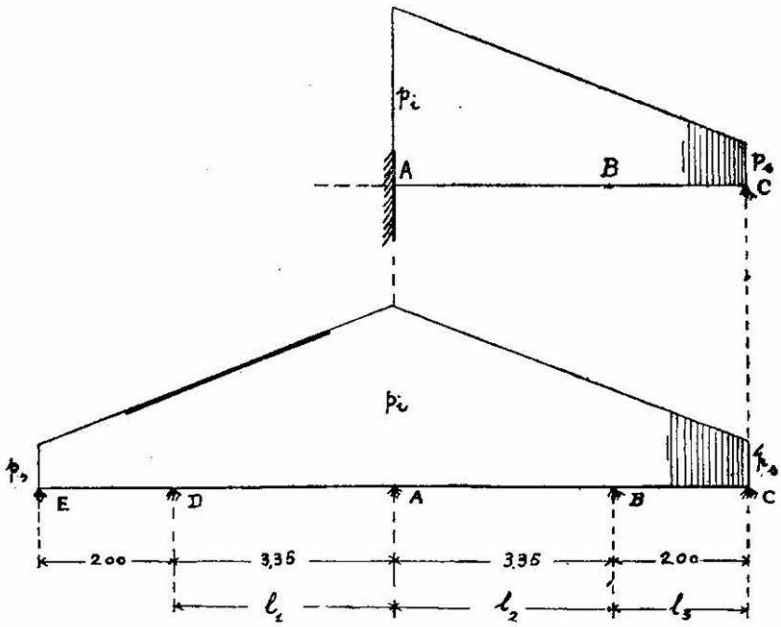
(el pilote lleva amarras en los puntos *a*, *b* i *c*).

Por consiguiente

$$\frac{l}{r} = \frac{115}{2,55} = 45$$

como para el sentido de máxima rijidez.

Pilote con amarra en la cota 96,35 m.



El estado de solicitacion es ahora el de una pieza empotrada en A, apoyada en su estremo C i en un punto intermedio que es la amarra. Este estado de solicitacion se calcula reduciéndolo como lo muestra la figura al de una pieza sobre 5 apoyos para cuyo cálculo basta aplicar dos veces (si la carga no fuese simétrica serian tres veces) el teorema de los tres momentos.

Apliquémoslo para l_3 i l_3. Tenemos:

$$\frac{1}{l_2}\int_0^{l_2} M_2\, x\, dx + \int_0^{l_3} M_3\, dx - \int_0^{l_3} M_3\, x\, dx = 0$$

$$M_3 = -C(l_3 - x) + p_s \frac{(l_3 - x)^2}{2} + \frac{dp\,(l_3 - x)^3}{6}$$

$$(10) \qquad M_3 = -C(2 - x) + 312{,}5\,(2 - x)^2 + 65{,}2\,(2 - x)^3$$

$$M_2 = -C(l_3 + l_2 - x) - B(l_2 - x) + p_s \frac{(l_3 + l_2 - x)^2}{2} + \frac{dp\,(l_3 + l_2 - x)^3}{6}$$

$$(11) \qquad M_2 = -C(5{,}35 - x) - B(3{,}35 - x) + 312{,}5\,(5{,}35 - x)^2 + 65{,}2\,(5{,}35 - x)^3$$

Reemplazando:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{3{,}35}\int_0^{3{,}35} -C(5{,}35-x)\,x\,dx - B(3{,}35-x)\,x\,dx + 312{,}5\,(5{,}35-x)^2\,x\,dx + 65{,}2 \\ &\qquad (5{,}35-x)^3\,x\,dx \\ &+ \int_0^{2} -C(2-x)\,dx + 312{,}5\,(2-x)^2\,dx + 65{,}2\,(2-x)^3\,d \\ &- \frac{1}{2}\int_0^{2} -C(2-x)\,x\,dx + 312{,}5\,(2-x)^2\,x\,dx + 65{,}2\,(2-x)^3\,x\,dx \end{aligned}\right\} = 0$$

$$0 = \begin{cases} \frac{1}{3,35}\Big[-5,35\,C\frac{x^2}{2} + C\frac{x^3}{3} - 3,35\,B\frac{x^2}{2} + B\frac{x^3}{3} + 312,5 \cdot \overset{2}{\overline{5,35}}\frac{x^2}{2} - 2 \cdot 312,5 \\ \qquad \cdot 5,35\frac{x^3}{3} + 312,5\frac{x^4}{4} + 65,2 \cdot \overset{3}{\overline{5,35}}\frac{x^2}{2} - 3 \cdot 65,2 \cdot \overset{2}{\overline{5,35}}\frac{x^3}{3} \\ \qquad + 3 \cdot 65,2 \cdot 5,35\frac{x^4}{4} - 65,2\frac{x^5}{5}\Big]_0^{3,35} \\ + \Big[C\frac{(2-x)^2}{2} - 312,5\frac{(2-x)^3}{3} - 65,2\frac{(2-x)^4}{4}\Big]_0^2 \\ -\frac{1}{2}\Big[-2\,C\frac{x^2}{2} + C\frac{x^3}{3} + 312,5 \cdot 4\frac{x^2}{2} - 2 \cdot 312,5 \cdot 2\frac{x^3}{3} + 312,5\frac{x^4}{4} + 65,2 \cdot 8 \\ \qquad \frac{x^2}{2} - 3 \cdot 65,2 \cdot 4\frac{x^3}{3} + 3 \cdot 65,2 \cdot 2\frac{x^4}{4} - 65,2\frac{x^5}{5}\Big]_0^2 \end{cases}$$

$$0 = \begin{cases} -8,96\,C + 3,74\,C - 5,61\,B + 3,74\,B + 14970\,B - 12500 + 2940 + 16680 \\ \qquad - 20910 - 3840 - 1640 \\ -2\,C + 833 + 261 \\ +2\,C - 1,33\,C - 1250 + 1667 - 625 - 522 + 1043 - 782 + 209 \end{cases}$$

$$-6,55\,C - 1,87\,B + 10204 = 0 \qquad (12)$$

Apliquemos ahora el mismo teorema para l_1 i l_2

$$\frac{1}{l_1}\int_0^{l_1} M_1\,x\,dx + \int_0^{l_2} M_2\,dx - \frac{1}{l_2}\int_0^{l_2} M_2\,x\,dx = 0$$

$$M_1 = -C\,(l_3 + x) - Bx + p_s\frac{(l_3 + x)^2}{2} + \frac{dp\,(l_3 + x)^3}{6}$$

$$= -C\,(2 + x) - B\,x + 312,5\,(2 + x)^2 + 65,2\,(2 + x)^3$$

$$\frac{1}{3,35}\int_0^{3,35} -C(2+x)\,x\,dx - Bx^2\,dx + 312,5(2+x)^2\,x\,dx + 65,2(2+x)^3\,x\,dx$$

$$+\int_0^{3,35} -C(5,35-x)dx - B(3,35-x)dx + 312,5(5,35-x)^2\,dx + 65,2(5,35-x)^3\,dx$$

$$-\frac{1}{3,35}\int_0^{3,35} -C(5,35-x)\,x\,dx - B(3,35-x)\,x\,dx + 312,5\,(5,35-x)^2\,x\,dx + 65,2$$

$$(5,35-x)^3\,x\,dx$$

$$\frac{1}{3,35}\Big[-2C\frac{x^2}{2} - C\frac{x^3}{3} - B\frac{x^3}{3} + 4\cdot 312,5\frac{x^2}{2} + 312,5\frac{x^3}{3} + 312,5\frac{x^4}{4} + 65,2\cdot 8$$

$$\frac{x^2}{2} + 3\cdot 65,2\cdot 4\frac{x^3}{3} + 3\cdot 65,2\cdot 2\frac{x^4}{4} \times 65,2\frac{x^5}{5}\Big]_0^{3,35}$$

$$+\Big[C\frac{(5,35-x)^2}{2} + B\frac{(3,35-x)^2}{2} - 312,5\frac{(5,35-x)^3}{3} - 65,2\frac{(5,35-x)^4}{4}\Big]_0^{3,35}$$

$$-\frac{1}{3,35}\Big[-5,35\,C\frac{x^2}{2} + C\frac{x^3}{3} - 3,35\,B\frac{x^2}{2} + B\frac{x^3}{3} + 312,5\cdot\overset{2}{\overline{5,35}}\frac{x^2}{2}$$

$$2\cdot 312,5\cdot 5,35\frac{x^3}{3} + 312,5\frac{x^4}{4} + 65,2\cdot\overset{3}{\overline{5,35}}\frac{x^2}{2} - 3\times 65,2\cdot$$

$$\overset{2}{\overline{5,35}}\frac{x^3}{3} + 3\cdot 65,2\cdot 5\frac{x^4}{4} - 65,2\frac{x^5}{5}\Big]_0^{3,35}$$

$$-3,35\,C - 3,74\,C - 3,74\,B + 2095 + 4675 + 2940 + 872 + 2918 + 3678 + 1640$$

$$+2\,C + 833 - 261 - 14,3\,C - 5,61\,B + 15930 + 13350$$

$$+8,96\,C - 3,74\,C + 5,61\,B - 3,74\,B - 14970 + 12500 - 2940 - 16680 + 20910$$

$$-9830 + 1640$$

$$-14{,}17\ C - 7{,}48\ B + 37634 = 0 \qquad (13)$$

Combinando las ecuaciones (12) i (13) se obtiene

$$B = 4530\ K$$
$$C = 265\ »$$

Estas dos reacciones dan los momentos que siguen:

$$M_{89,0} = -265 \times 5{,}35 - 4530 \times 3{,}35 = -16593 \text{ Kgrmtrs}$$

$M_{93,5} =$	-14195 Kgrmtrs	$M_{94,0} =$	-11798 Kgrmtrs
$M_{94,5} =$	-9401 »	$M_{95,0} =$	-7003 »
$M_{95,5} =$	-4606 »	$M_{96,0} =$	-2208 »
$M_{95,35} =$	-530 »	$M_{96,50} =$	-490 »
$M_{97,0} =$	-358 »	$M_{97,5} =$	-225 »
$M_{98,0} =$	-93 »	$M_{98,35} =$	0

La nueva curva de momentos se obtiene sumando aljebraicamente estos valores con los momentos que produce la carga continuamente repartida (páj. 307): es la curva N U V que dá un valor máximo en la seccion de empotramiento:

$$M_{máx} = 18900 - 16593 = 2307 \text{ Kgrmtrs}$$

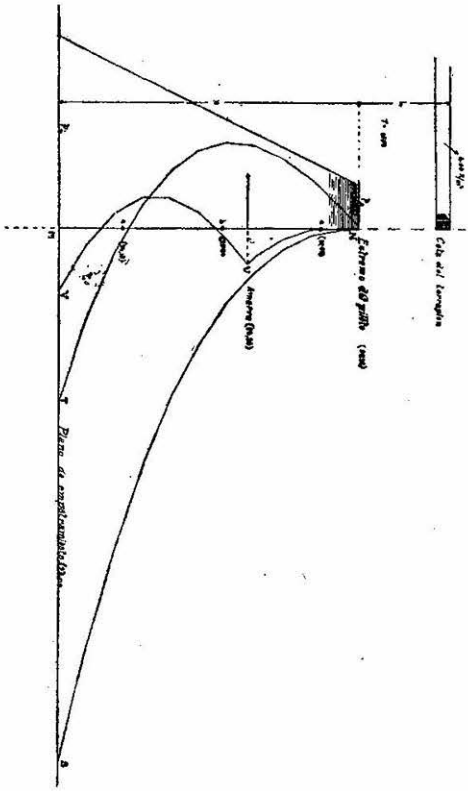
La tasa a que trabaja por flexion el metal vale p. c.

$$\tau_f = \frac{2307000}{652000} = 3{,}54 \text{ K/m m}^2$$

El trabajo máximo vale entónces

$$\tau = 1{,}36 + 3{,}54 = 4{,}9 \text{ K/m m}^2$$

contra 8,33 K/m m² que es la tasa admisible.



B. *Pilotes del ala.*—Supondremos tambien estos pilotes empotrados a la cota 93,00; su estremo alcanza a la 99,70 que es la del terraplen.

Para estos pilotes el valor del empuje por metro de ancho resulta valer

$$Q = 7\,650 \text{ kilos}$$

Estando los primeros pilotes del ala espaciados de 1 m en 1 m i los últimos de 1,50 en 1,50 resulta como pilote mas desfavorable el primero del ala, sobre el cual el empuje vale

$$R = 1{,}1 \times 7650 = 8415 \text{ kilos}$$

Las componentes de este empuje son

$$R_h = R \cos 20° = 7910 \text{ kilos}$$
$$R_v = R \operatorname{sen} 20° = 2860 \quad »$$

Trabajo del pilote a la compresion.—Las cargas verticales que soporta el pilote se reducen ahora al peso propio..... 340 K
i a la componente vert. R_v ..... =2860 »

3200 K

Como $\Omega = 6900$ mm² tendremos

$$\tau_c = \frac{3200}{6900} = 0{,}46 \text{ K/m m}^2$$

Trabajo del pilote a la flexion.

Procediendo análogamente al caso anterior (páj. 306) se tiene

$$p_s = 82 \text{ K/m c}$$
$$p_i = 2279 \text{ »}$$
$$dp = 328 \text{ K/m c/m c}$$

Si el pilote estuviera simplemente empotrado en la seccion 93,00 se produciria un lugar de M de ecuacion

$$M = 41\,(6{,}70-x)^2 + 54{,}3\,(6{,}70-x)^3$$

parábola de 3.er grado que se puede construir por puntos: (curva NS)

$M_{93,0}$ =	18172 Kgrmtrs	$M_{93,5}$ =	14517 Kgrmtrs
$M_{94,0}$ =	11388 »	$M_{94,5}$ =	8744 »
$M_{95,0}$ =	6543 »	$M_{95,5}$ =	4746 »
$M_{96,0}$ =	3311 »	$M_{96,5}$ =	2199 »
$M_{97,0}$ =	1368 »	$M_{97,5}$ =	776 »
$M_{98,0}$ =	385 »	$M_{98,5}$ =	153 »
$M_{99,0}$ =	39 »	$M_{99,5}$ =	2 »

$$M_{99,7} = 0$$

El $M_{resist.}$ del pilote vale

$$M_{resist.} = R\frac{I}{V} = (10-0{,}46)\,652000 \text{ Kgrmtrs} = 6220 \text{ Kgrmtrs}$$

Como se ve, desde la cota 95,00 el $M_{solicit.}$ sobrepasa al $M_{resist.}$ i hai por consiguiente que amarrar el pilote a un muerto. Esta amarra se ha hecho a la cota 97,00.

Para calcular el valor de esta reaccion de apoyo se recurrió a las deformaciones, igualando dos flechas, como se esplicó para los pilotes del frente del estribo.

Resulta como valor de la reaccion

$$X = 3890 \text{ kilos}$$

fuerza que produce momentos de signo contrario a los de la carga continuamente repartida. La nueva curva de momentos es la N T U con los valores

$M_{93,0} = +\ 2612$ K	$M_{93,5} = +\ 902$ K
$M_{94,0} = -\ 282$ »	$M_{94,5} = -\ 989$ »
$M_{95,5} = -\ 1237$ »	$M_{95,5} = -\ 1089$ »
$M_{96,0} = -\ 570$ »	$M_{96,5} = +\ 254$ »
$M_{97,0} = +\ 1368$ »	$M_{97,5} = 776$ »
$M_{98,0} = 335$ »	$M_{98,5} = 153$ »
$M_{99,0} = 39$ »	$M_{99,5} = 2$ »

$$M_{97,70} = 0$$

El $M_{solic.}$ max. vale por consiguiente

$$M = 2612 \text{ Kgrmtrs}$$

i la tasa de trabajo alcanza al valor

$$\tau_f = \frac{M}{\frac{I}{V}} = \frac{2612000}{652000} = 4{,}01 \text{ K/m m}^2$$

al cual agregado el trabajo por compresion da un total de

$$\tau = \tau_c + \tau_s = 0{,}36 + 4{,}01 = 4{,}37 \text{ K/m m}^2$$

inferior como se ve a la tasa admisible.

El tirante que constituye la amarra, debido a su oblicuidad resiste a un esfuerzo

$$T = 4400 \text{ kilos}$$

Se le ha dado una seccion

$$\omega = 314 \text{ mm}^2 \ (d = \tfrac{3}{4}'')$$

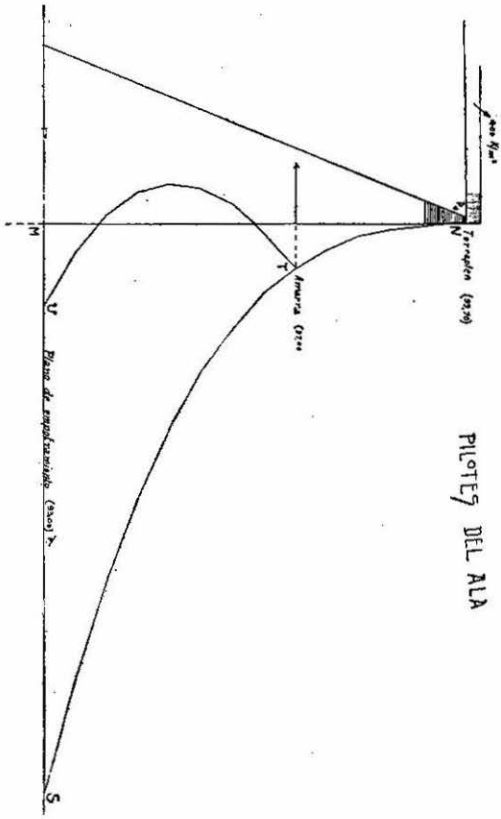
El trabajo por traccion alcanza entónces al valor

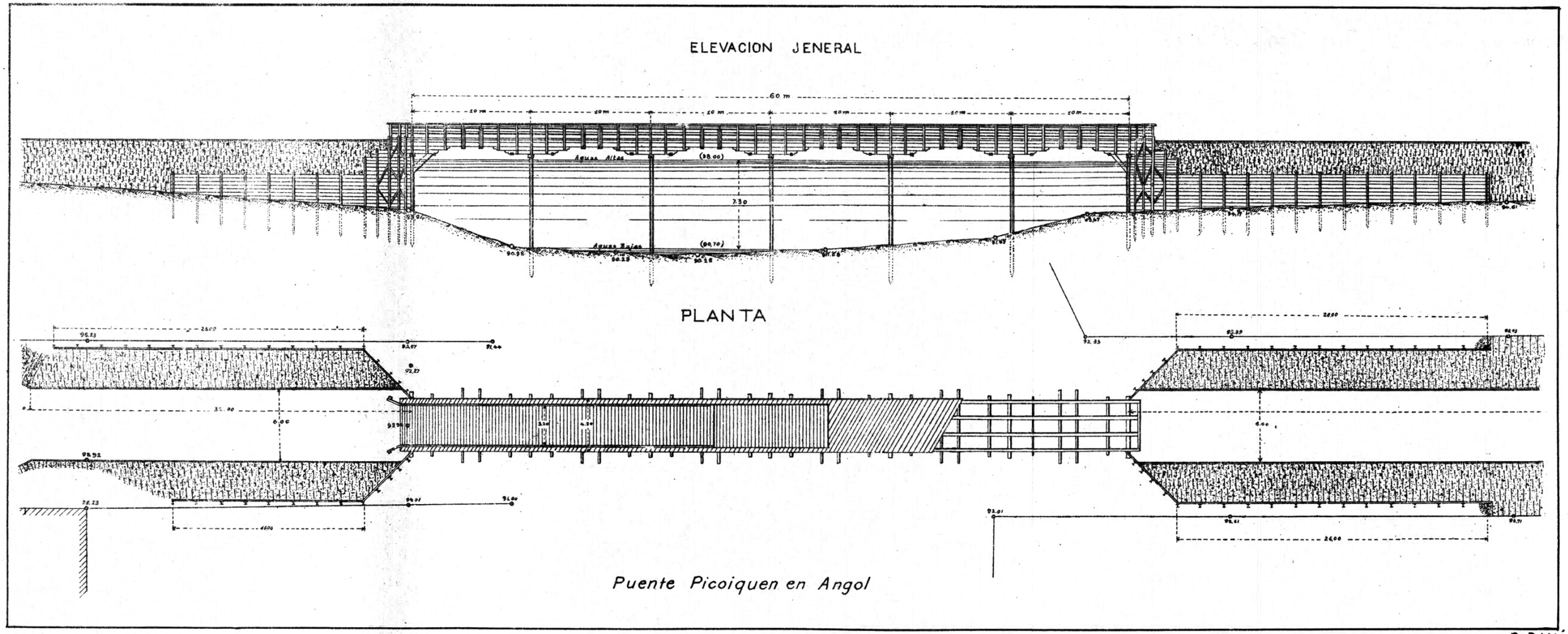
$$t = \frac{T}{\omega} = \frac{4400}{314} = 14 \text{ K/m m}^2$$

valor que no se debe considerar exajerado porque el cálculo hecho supone en la ama-

rra un apoyo cuando en realidad el esfuerzo T producirá un alargamiento del tirante, con esto una deformacion del pilote i la trasformacion del apoyo en un semi-apoyo.

Es verdad que entónces tambien la parte T U de la curva de momentos se modificará desfavorablemente, aumentando su ordenada máxima M U i por consiguiente el valor de τ_f. Afortunadamente éste es lo suficientemente bajo para que en todo caso el trabajo total τ quede bajo el límite admisible.





Puente Picoiquen en Angol

F. PAYÁ