Luciano Claude.

Cálculo de las reacciones del terreno en el encastramiento de los tablestacados

EN el número de Noviembre de los ANALES recién publicado, aparece un artículo de don Jorge Lira O, que resume en una forma muy clara el procedimiento que debe seguirse para determinar el empuje que ejercen las tierras sobre un muro de malecón; en él el autor, después de recordar las diversas teorías emitidas al respecto, se pronuncia a favor de la de Résal que, efectivamente, es la única científica y que no se basa en hipótesis en abierta contradicción con la experiencia.

Desgraciadamente, este artículo no estudia lo que sucede en el fundamento de la obra, es decir, en la porción de terreno que tiene que contrarrestar la acción del empuje de las tierras del relleno.

En vista de la imposibilidad de encontrar en la literatura técnica una teoría satisfactoria sobre la manera de resolver este problema, me vi en la necesidad de desarrollar una que me permitiera proyectar, sobre una base más o menos satisfactoria, las tablestacas cuya construcción tuve que estudiar en el último tiempo. El presente artículo tiene por objeto dar a conocer a mis colegas el procedimiento que he adoptado y que desearía ver discutido y mejorado por algunos de ellos.

* * *

1.°—*Hipótesis fundamentales.*—Todas las teorías sobre empuje de tierras admiten que la presión que ejerce un terreno sobre una superficie plana es una función lineal de la distancia vertical h del punto considerado a la superficie libre del relleno:

$$p = \gamma C h \qquad (1)$$

en que γ es el peso específico de la tierra y C un coeficiente dado por la teoría y que depende del ángulo i de la superficie libre del relleno con el horizonte, del ángulo α del paramento del muro con la vertical, del ángulo φ de frotamiento del terreno y *del estado de compresión de las tierras.*

Sea A B una pared móvil de altura h que sostiene un macizo indefinido de tierras, el empuje que éste ejerce sobre la pared es

$$Q=\tfrac{1}{2}\gamma C h^2 \qquad (2)$$

Es evidente que si se desplaza la pared hacia la derecha, este empuje crecerá; disminuirá, en cambio, si el desplazamiento se efectúa de modo que la pared se aleje de las tierras.

No tengo conocimiento de que existan estudios de la función que relaciona cuantitativamente el valor de Q con la deformación sufrida por el terreno; se admite, sin embargo, que esta variación está encerrada entre dos límites. El valor mínimo recibe el nombre de *empuje activo* o estado inferior de equilibrio (Résal) y corresponde al caso en que el terreno tiene que deformarse para alcanzar y presionar el muro.

Si, en cambio, el terreno cede ante el avance de la pared, el empuje crece pero solamente hasta un valor llamado *empuje pasivo* o estado superior de equilibrio; si se sobrepasa la deformación correspondiente a éste, Q se mantiene en este valor máximo.

Si el empuje se ejerce sobre un muro vertical delgado, la teoría de Résal conduce, para ambos estados de equilibrio, a expresiones de empuje de la forma (2) con la única diferencia de que el coeficiente C toma el valor A en el estado inferior y un valor B para el estado superior; ambos valores son funciones de i y φ que se encuentran tabuladas en la obra de Résal.

En mi estudio he admitido que las presiones unitarias correspondientes al estado superior de equilibrio crecen con la profundidad según la ley lineal; se tiene, entonces, que

$$p=\gamma A h \quad ; \quad q=\gamma B h$$

Además, supongo que la presión para estados intermediarios crece a partir del valor p proporcionalmente a la deformación causada por el muro hasta alcanzar el valor q que no puede ser sobrepasado.

2.°—He admitido también que las deformaciones de la tablestaca son pequeñas comparadas con las que experimenta el terreno. Esto equivale a admitir que la tablestaca se mantiene plana durante la deformación, que se reduce a una rotación en torno de un eje horizontal.

Para la resolución del problema que nos ocupa consideraré dos casos: 1.°) Tablestacas con anclaje, y 2.°) Tablestacas simplemente encastradas en el terreno primitivo.

En ambos casos, como el relleno puede componerse de varias capas de características diferentes de las del terreno primitivo, substituiremos aquel por:

1.° Una capa de terreno de las mismas características que el terreno primitivo y de un espesor uniforme h' tal que su peso equivalga al del relleno aumentado en las sobrecargas. Se supone que esta capa no ejerce empuje ninguno sobre la porción de muro que le corresponde.

2.° Un empuje resultante Q cuya altura y magnitud se determinarán en la forma indicada por don Jorge Lira O. en el artículo mencionado.

I.—Tablestacas con anclaje

Supongamos que R representa la acción del tirante de anclaje, o su componente horizontal, si el tirante es inclinado.

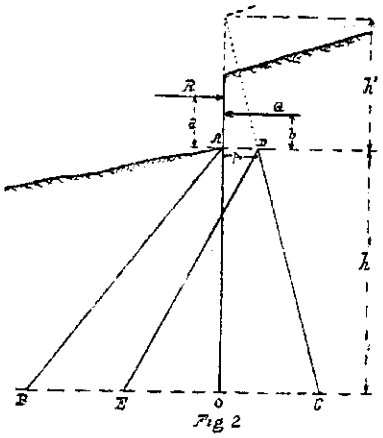


Fig 2

Las presiones activas del terreno que actúan sobre el tablestacado, a la derecha, quedan representadas por la línea D-C y por la ecuación

$$p = p_o + \gamma A t \qquad (3)$$

en la que

$$p_o = \gamma A h'$$

y t es la profundidad medida a partir de A.

Del mismo modo, las presiones pasivas máximas que puede soportar o ejercer el terreno de la izquierda quedan representadas por la línea A-B y por la ecuación

$$q = \gamma B t \qquad (4)$$

La deformación del tablestacado consistirá, de acuerdo con las hipótesis hechas, en una rotación alrededor del punto de aplicación de R. Admitamos que el desplazamiento hacia la izquierda provocado por esta rotación en el punto *O* es justamente la necesaria para que la resistencia del terreno de la izquierda sea

$$q = \gamma B h$$

En ese caso, por encontrarse el eje de rotación más arriba que A, los desplazamientos de los puntos de la tablestaca de A a O serán todos superiores al mínimo necesario para alcanzar la resistencia máxima; por consiguiente, todo el terreno de la izquierda se encontrará en las condiciones de equilibrio superior y las fatigas que puede soportar y ejercer sobre el muro quedan representadas por la línea A-B.

Si se aceptan estas condiciones, que corresponden al límite de equilibrio, se puede determinar cuál es la profundidad h que hace nulos simultáneamente la resultante de las fuerzas que actúan sobre el muro y sus momentos respecto del punto *O*.

La resultante de las acciones y reacciones del terreno sobre el muro A-O puede considerarse como la diferencia de las ecuaciones (3) y (4) lo que da

$$p - q = p_o - \gamma\, e\, h$$

$$\text{con } e = B - A$$

Se obtiene así el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{l} 2R \quad -2Q \quad +\gamma\varepsilon h^2 - 2p_o h = 0 \\ 6R\,(a+h) - 6Q\,(b+h) + \gamma\varepsilon h^3 - 3p_o h^2 = 0 \end{array}\right|$$

La eliminación de R conduce a la ecuación

$$2\gamma\varepsilon h^3 + 3\,(\gamma\varepsilon a - p_o)\,h^2 - 6p_o a h - 6Q(a-b) = 0 \qquad (5)$$

que permite determinar h.

El valor así obtenido corresponde a la ficha mínima que deben tener las tablestacas, correspondiente a un coeficiente de seguridad 1; el valor de R se determina por la fórmula

$$R = \tfrac{1}{2}\,(2Q + 2p_o h - \gamma\varepsilon h^2) \qquad (6)$$

Si, como lo exige la estabilidad, se aumenta el valor de h, la determinación de la fatiga del terreno en el extremo inferior O se complica un poco.

En efecto, sea O O' la deformación que va a sufrir el terreno en el pie de la obra. Antes de que se inicie este desplazamiento del muro las presiones que las tierras de la derecha ejercen sobre él son

$$p = \gamma\Lambda h + p_o \qquad (7)$$

representadas por la línea D C. Del mismo modo, el lado izquierdo de la tablestaca soporta los empujes activos

$$p = \gamma A' h \qquad (8)$$

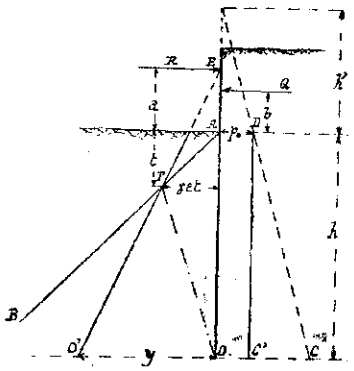


Fig. 3

Para evitar complicaciones supondré que los coeficientes A y A' son iguales, lo que supone que la superficie libre del terreno y del relleno es horizontal.

La compresión del terreno, provocada por el desplazamiento del muro, originará fatigas proporcionales al desplazamiento, que se sumarán a los valores de la ecuación (8), mientras que los empujes (7) quedan inalterados

Para la determinación del equilibrio del tablestacado podemos restar de los valores de las presiones que se ejercen sobre ambas caras las que corresponden a

$$p = \gamma A h \qquad (8')$$

pero, en tal caso, hay que restar también estos valores de las presiones máximas que puede ejercer el terreno, las que quedarán representadas por la línea A B correspondiente a la ecuación

$$q = \gamma\,(B - A)\,h = \gamma\varepsilon h \qquad (9)$$

Si suponemos que la recta de deformación O'E representa directamente las presiones adicionales de deformación, tenemos finalmente que, además de las fuerzas R y Q, el tablestacado soporta: a la derecha, una presión uniforme p_o; a la izquierda, una presión representada por la línea quebrada A F O'.

Si designamos por t la profundidad del punto F hasta la cual el terreno ha alcanzado su estado superior de equilibrio, y por y la fatiga adicional correspondiente al O O', estas dos incógnitas deben satisfacer la relación

$$\gamma \varepsilon t = \frac{a+t}{a+h} \quad y \qquad (10)$$

Las ecuaciones de equilibrio del muro son:

$$\left.\begin{array}{l} 2R \quad -2Q \quad +\gamma\varepsilon h t \quad -2p_o h+(h-t)\, y=0 \\ 6R(a+h)-6Q(b+h)+\gamma\varepsilon h(2h-t)t-3p_o h^2+(h-t)^2 y=0 \end{array}\right|$$

La eliminación de R conduce a la ecuación

$$6Q(a-b)-\gamma\varepsilon ht(h+t+3a)+3p_o h(2a+h)+(t^2+3at+ht-3ah-2h^2)y=0$$

La substitución de y t y t^2 por sus valores deducidos de (10) en esta ecuación resulta muy complicada, por esta razón es preferible conservar a t como variable auxiliar; entonces, la eliminación de y conduce a

$$\gamma\varepsilon at^3+3\gamma\varepsilon a^2t^2+\left[6Q(a-b)-\gamma\varepsilon(6a^2h+6ah^2+2h^3)+3p_o h(2a+h)\right]t+6Qa(a-b)+ +3p_o ah(2a+h)=0 \qquad (11)$$

Otenido t, se obtiene el valor de y por intermedio de (10) y la reacción R se deduce por medio de

$$R=Q-\tfrac{1}{2}\gamma\varepsilon ht+p_o h-\tfrac{1}{2}(h-t)\, y \qquad (12)$$

No debe olvidarse que la fatiga del terreno en el pie de la obra es $y+\gamma A h$, valor que debe compararse con $\gamma B h$, de suerte que el valor exacto del coeficiente de seguridad en cuanto a la resistencia del terreno es

$$s=\frac{\gamma B h^2}{\gamma\varepsilon t h+(h-t)y+\gamma A h^2} \qquad (13)$$

o, eliminando y

$$s=\frac{\gamma Bh^2(a+t)}{\gamma\varepsilon t(h^2+2ah-at)+\gamma Ah^2(a+t)} \qquad (14)$$

La igualación de estos valores conduce a

$$\gamma \varepsilon y h^3 - [2 Q \gamma \varepsilon (3n+1) + p_o (3y + p_o)] h^2 - [6 Q y (n+1) + 2 Q p_o (3n-1)] h - 4 Q^2 = 0$$

de donde

$$y = \frac{[2 Q \gamma \varepsilon (3n+1) + p_o^2] h^2 - 2 Q p_o (3n-1) h + 4 Q^2}{\gamma \varepsilon h^3 - 6 Q h (n+1) - 3 p_o h^2} \qquad (20$$

Ahora bien, las presiones máximas que puede soportar el terreno de la derecha quedan representadas por

$$q = \gamma B (h + h') = p_o' + \gamma B h$$

pero, como en el cálculo de la estabilidad del muro las presiones a ambos lados han sido disminuídas en $\gamma A h$, lo mismo debe hacerse con las anteriores. Por consiguiente se podrá poner la condición

$$y \leq p_o' + \gamma \varepsilon h \qquad (21)$$

Debe advertirse, sin embargo, que esta relación, tomada como igualdad, no corresponde al límite del equilibrio; en efecto, aun cuando la recta $A'O'$ cortase la recta que representa la relación (21) siempre subsistiría un coeficiente de seguridad considerable, debido a que todos los puntos encima de la intersección trabajan a presiones muy inferiores al límite.

Se podría substituir el valor (21) en la ecuación (20), lo que permitiría obtener una relación que conduciría al valor de h que satisface la condición (21). Pero, como se obtendría así una ecuación de 4.° grado y, aun de 5.° grado si se substituye n por su valor en función de h, he estimado improcedente hacerlo. Prácticamente, resulta mucho más conveniente determinar los valores de y correspondientes a alturas crecientes y comparar los valores obtenidos con los admisibles dados por (21).

Para la realización de estos tanteos conviene tener presente lo siguiente. Existe un valor de h fácil de determinar que anula el denominador de (20); esta profundidad corresponde a los valores

$$y = \infty \qquad x = 1$$

lo que quiere decir que en el diagrama de las fatigas, la recta FO' es horizontal. Los tanteos se efectuarán, por lo tanto, con valores superiores a este y se verifica que, a partir de esta profundidad, y decrece muy rápidamente de manera que alcanza muy pronto valores menores que los admisibles.

En cambio, cualquiera que sea la profundidad alcanzada por el muro, es imposible evitar que las presiones máximas sean pasadas hasta la profundidad $x h$ y resulta bastante incierto precisar el coeficiente de seguridad de la construcción.

Con referencia a la figura 4 se puede admitir lo siguiente. El terreno de la izquierda resiste a la acción del muro en la altura AH, que designaré por z. Si se continúa deduciendo de ambos lados los empujes activos, la resistencia máxima

correspondiente a esa altura sería $\frac{1}{2}\gamma\varepsilon z^2$; en cambio, la resistencia exigida del terreno es solamente $\frac{1}{2}\gamma\varepsilon x h z$. Según esto, el coeficiente de seguridad sería

$$S = \frac{z}{x h}$$

Ahora bien, los triángulos GFH y HOO′ permiten obtener

$$z = \frac{\gamma\varepsilon h + y - p_o}{\gamma\varepsilon x h + y - p^o} x h$$

por consiguiente,

$$S = \frac{\gamma\varepsilon h + y - p_o}{\gamma\varepsilon x h + y - p_o} \qquad (22)$$

II.—Tablestacas sin anclaje

Si como en el problema anterior, suponemos que el coeficiente de empujes activos, A, es el mismo a ambos lados del tablestacado, la diferencia entre las presiones correspondientes se reduce a una constante, p_o, que actúa sobre el lado derecho. Disminuiremos asimismo las presiones correspondientes a los empujes pasivos de las presiones correspondientes a los activos; la curva de presión adicional máxima es, entonces, la recta AB de ecuación

$$q = \gamma\varepsilon h$$

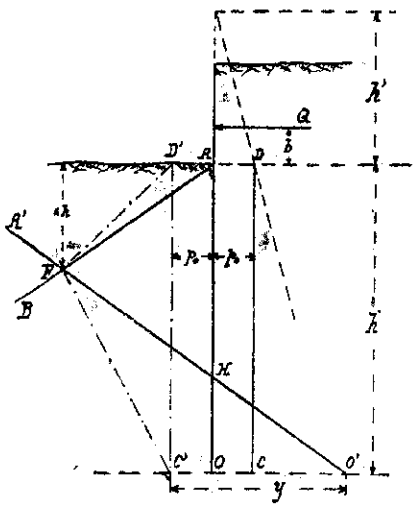


Fig. 4.

Sea A′O′ la recta que representa al posición del tablestacado después de la deformación, la distancia de sus puntos a los correspondientes de AO representa la fatiga adicional de deformación desde O′ hasta el punto F, en que corta AB. Las presiones adicionales quedan representadas, entonces, por la línea AFO′.

Como o estas presiones debe agregarse la diferencia p de los empujes activos, resulta, finalmente, que la diferencia entre las presiones de la derecha y de la izquierda queda representada por la línea AFO′ referida a la recta D′C′. Para simplificar los cálculos considero que estas presiones son la diferencia de los triángulos AD′F y O′C′F por una parte y el triángulo D′C′F.

Designo por $x h$ la profundidad correspondiente al punto F, y por y la presión adicional correspondiente al pie O del tablestacado. Si se introduce la variable auxiliar

$$n+b/h$$

se obtiene el siguiente sistema como condición de equilibrio:

$$2Q + p_o h\,(x+1) + y\,(1-x)\,h - \gamma\varepsilon x h^2 = 0 \quad (15)$$

$$6Q\,(n+1) + p_o h\,(2x - x^2 + 2) + y\,(1-x)^2 h - \gamma\varepsilon x\,(2-x)\,h^2 = 0 \quad (16)$$

La eliminación de y entre estas ecuaciones conduce a la ecuación (17), que indico a continuación junto con la (15')

$$2Q\,(3n+x+2) + p_o h\,(2x+1) - \gamma\varepsilon x h^2 = 0 \quad (17)$$

$$-2Q - p_o h\,(x+1) + \gamma\varepsilon x h^2 = y\,(1-x)\,h \quad (15')$$

Sumando estas ecuaciones se obtiene

$$x = \frac{yh - 2Q(3n+1)}{yh - p_o h + 2Q} \quad (18)$$

En cambio, de la ecuación (15) se deduce

$$x = \frac{yh + p_o h + 2Q}{yh - p_o h + \gamma\varepsilon h^2} \quad (19)$$

ADVERTENCIA

Antes de entrar a aplicar las fórmulas anteriores deseo llamar la atención del lector sobre el factor B, que figura en ellas. Como se ha explicado en el desarrollo anterior, dicho coeficiente define el empuje pasivo máximo que puede soportar el terreno.

En la primera parte de su obra sobre empuje de tierras, Résal lo designa con esta letra y da, aunque con muchas reservas, una tabla de sus valores. En la segunda parte, que trata del empuje de las tierras coherentes, Résal publica nuevas tablas referentes al empuje *activo* que, según advierte en la introducción, debe substituir las anteriores. En estas nuevas tablas designa por B la componente vertical del empuje activo.

Llama la atención el hecho de que Résal no publique una nueva tabla de los empujes pasivos. Por lo contrario, al considerar este empuje en las tierras coherentes, hace uso de la fórmula

$$Q = 2C\cot\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}\right)h + \tfrac{1}{2}\gamma\,\mathrm{tg}^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}\right)h^2$$

en que el primer término corresponde a la fuerza de cohesión el segundo corresponde a la fórmula clásica para las tierras sin adherencia.

Parece desprenderse de lo anterior que Résal hubiera reconocido que su fórmula para empujes pasivos era demasiado prudente y adoptaremos para B el valor

$$B = tg^2\left(45° + \frac{\varphi}{2}\right)$$

APLICACIONES

Como ejemplo de tablestacado con tirantes tomaré el que se está construyendo en San Antonio y cuyo perfil aparece en la figura 5. El proyecto consulta una penetración de 4 metros en arcilla dura.

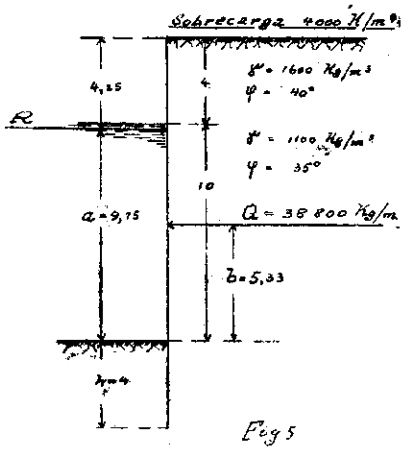


Fig 5

A falta de los datos adoptados por los autores del proyecto, he admitido los que a parecen en la figura; con ellos se llega a un empuje 38,800 kg/m. situado a 5.35 m. sobre el terreno primitivo.

Esta arcilla es, evidentemente, una tierra dotada de cohesión que no corresponde a las hipótesis usuales que son, también las de este estudio. Se podrían modificar las fórmulas anteriores para adoptarlas a la teoría de Résal sobre tierras coherentes. No he querido hacerlo por cuanto esta teoría es poco conocida y existen pocos datos sobre el valor de la fuerza de cohesión de las diversas tierras. Por otra parte, las tablas de Résal indican que la arcilla, en condiciones de carga análogas a las que son ocupan, equivale a un terreno de la misma densidad, sin cohesión y cuyo ángulo de reposo fuera de 30°. Como este ángulo coincide aproximadamente con el que indican los manuales para esta clase de tierras, aceptaré esta equivalencia, que me permite aplicar sin modificación las fórmulas anteriores.

Tenemos entonces los siguientes datos:

$\gamma = 1{,}800$ kg/m³ $\quad \varphi = 30°$ $\quad A = 0.270$ $\quad B = 3.00$

$h' = (4{,}000 + 1{,}600 \times 4 + 1{,}100 \times 10) : 1{,}800 = 11.90$ m. $\quad a = 9.75$ m.

$p_o = 11.90 \times 1{,}800 \times 0.270 = 5{,}780$ kg/m² $\quad a - b = 4.42$ m.

$\gamma A = 1{,}800 \times 0.27 = 486$ kg/m³; $\quad \gamma B = 1{,}800 \times 3.0 = 5{,}400$ kg/m³

$\gamma \varepsilon = 5{,}400 - 486 = 4{,}914$ kg/m³

Con estos valores, la ecuación (5) se convierte en

$$h^3 + 12.86\ h^2 - 34.36\ h - 104.57 = 0$$

cuya solución es

$$h = 3.75 \text{ m.}$$

Como esta profundidad mínima es solamente inferior en 0.25 a la ficha consultada, el proyecto debe corresponder a un coeficiente de seguridad bastante bajo. Para calcularlo recurrimos a la ecuación (11) que da

$$t^3+29.25\ t^2-287.65\ t+540.43=0$$

Su solución es

$$t=2.67\ \text{m.}$$

de donde

$$y=4{,}914\times 2.67\times \frac{13.75}{12.42}=14{,}550\ \text{kg/m}^2$$

La presión transmitida al terreno por el pie del tablestacado resulta ser

$$p=14{,}500+486\times 4=16{,}590\ \text{kg/m}^2$$

A pesar del margen que queda entre estos dos valores, el coeficiente de seguridad es bastante pequeño; en efecto, la fórmula (13) da, con los valores obtenidos

$$S=\frac{86{,}400}{79{,}673}=1.08$$

Para una ficha de 5 metros se obtendría

$$t^3+29.25\ t^2-402.37\ t+640.88=0$$
$$t=1.86\ \text{m}$$

$$y=4{,}914\times 1.86\times \frac{14.75}{11.61}=11{,}620\ \text{kg/m}^2$$

$$S=\frac{135{,}000}{94{,}500}=1.43$$

Consideremos ahora el caso que se ha presentado, de que el tablestacado no alcance el terreno firme, por hallarse éste más abajo que lo que se suponía. Para la arena fina, saturada de agua, adoptaré los coeficientes

$\gamma=1{,}100\ \text{kg/m}^3$ $\quad\varphi=25°$ $\quad A=0.338$ $\quad B=2{,}470$

$h'=(11.90\times 1{,}800)/1{,}100=19.45\ \text{m}$ $\quad p_o=19.45\times 1{,}100\times 0.338=7{,}240$

Con estos valores la ecuación (5) se convierte en

$$h^3+10.00\ h^2-90.19\ h-219.12=0$$
$$h=7.09\ \text{m.}$$

Se desprende de lo anterior, que, si no se encuentra antes el terreno firme, sería preciso hincar la tablestaca 8 metros por lo menos.

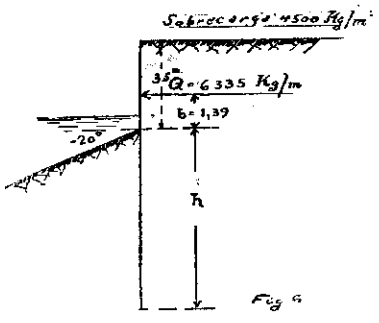
Se desprende de lo anterior que la estabilidad de este tablestacado, ya precaria al encontrarse el terreno firme a la profundidad prevista, se hace francamente insuficiente, al no cumplirse esta condición. A pesar de que, como ya lo he dicho, no conozco los cálculos que han servido de base a los autores del proyecto, me atrevería a asegurar que ellos han contado con un coeficiente de seguridad bastante superior a los que dan los cálculos anteriores.

Esto proviene de que todos los métodos de cálculo que he visto expuestos determinan *de antemano* la fracción del empuje total que va a tener que resistir el terreno en el encastramiento y calculan *en seguida* la ficha necesaria para que el terreno pueda resistir este empuje, pero no toman en cuenta el aumento de empuje activo que acarrea todo aumento de la profundidad alcanzada por la obra.

La importancia de este efecto queda evidenciada por la ecuación (5) que da la profundidad mínima correspondiente al equilibrio límite. Si en ella se hace $Q=0$ sin anular p_o, se llega a una ecuación de 2.° grado que da un valor de h distinto de cero. Esto quiere decir que, hasta la profundidad h_1 así determinada, la resistencia del terreno de la izquierda sólo alcanza a equilibrar los empujes que se originan en el terreno primitivo mismo y que, solamente a partir de allí, empieza a equibrarse la acción del empuje Q del relleno mismo.

Como ejemplo de tablestacado sin tirantes indicaré un muro de sostenimiento que se proyecta construir en Valdivia, detrás del malecón de Aduana, para evitar que las tierras carguen el malecón, que ha sido calculado para esfuerzos verticales solamente.

El terreno de fundación es un conglomerado de arcilla con arena denominado «cancagua» que, aun bajo agua, admite taludes verticales. A pesar de lo anterior, y para hacer el ejemplo más general, he admitido los valores siguientes: $\gamma = 1\,200$ kg/m3; $\varphi = 35°$. Los otros detalles de la obra aparecen en el cróquis adjunto.



Con el fin de tomar en cuenta la influencia desfavorable de la inclinación del terreno primitivos in modificar las fórmulas indicadas, recurro a la siguiente aproximación. En el terreno primitivo de la izquierda se tiene

$$i = -20°,\ \gamma A = 206 \text{ kg/m3};\ \gamma B = 2\,220 \text{ kg/m3}$$

En cambio, a la derecha del muro se tiene

$$i = 0°;\ \gamma A' = 257 \text{ kg/m3};\ \gamma B' = 4\,440 \text{ kg/m3}$$

Supondré que

$$\gamma A = \gamma A' = 260 \text{ kg/m}^3$$

con lo que

$$\gamma_\varepsilon = 1\ 960\ \text{kg/m3}$$

y

$$p_o = 2\ 240\ \text{kg/m2} \quad (h' = 7.70\ \text{m,})$$

Con estos valores, la condición para que el denominador de (20) sea nulo, es

$$h^3 - 3.43\ h^2 - 19.39\ h - 26.95 = 0$$

Por consiguiente, la condición para que sea positivo es que

$$h > 6.85\ \text{m.}$$

Se culcula, entonces, los valores de y para profundidades superiores a este valor, y se les compara con

$$q' = p_o' + \gamma_\varepsilon' h$$

en que

$$p_o' = \gamma B' h' = 38\ 600\ \text{kg/m2}; \quad \gamma_\varepsilon' = \gamma (B' - A) = 4\ 230\ \text{kg/m3}$$

Los valores correspondientes aparecen en el cuadro siguiente, donde también se encontrarán los valores de x y de S.

h	y	q'	x	S
7.0	108 990	68 210	0.936	1.01
7.5	26 323	70 325	0.773	1.09
8.0	14 938	72 440	0.653	1.24
8.5	10 425	74 550	0.563	1.41

Se observa cuán rápidamente decrece y con la profundidad; de un valor infinito para una ficha de 6.85, baja a 108 990 con un aumento de solamente 0.15. A partir de 7.50 y es inferior a la mitad del valor admisible; sin embargo, el coeficiente de seguridad crece lentamente.

Debe advertirse, sin embargo, que este coeficiente no puede compararse c el de seguridad al volcamiento definido en muros que resisten por gravedad. En efecto, en caso de llegar a ceder el terreno de la izquierda, la altura de la zona comprimida, es decir, z, también aumenta y se llegaría a otra posición de equilibrio con un aumento de y. Sin entrar a un estudio detallado de la nueva distribución de fatigas, se ve que un coeficiente $S = 1$ dista bastante del equilibrio límite y bastará con un valor de S un poco mayor para que la construcción ofrezca plena seguridad; en el ejemplo indicado, estimo que una profundidad de 8 m. sería absolutamente segura.

* * *

Sólo falta que la experiencia confirme los resultados anteriores, y sería sumamente interesante que en uno de los laboratorios de nuestras Universidades se efectuasen experiencias a escala reducida, lo que permitiría colocarse exactamente en las condiciones supuestas en esta teoría, al mismo tiempo que los valores de γ y φ serían perfectamente conocidos. Termino este estudio con el voto de que estas experiencias se realicen y que sus resultados sean publicados en esta misma revista.

Valdivia, Febrero de 1931.