

La similitud en la Dinámica de los flúidos y el criterio de Reynolds

LOS conceptos a que se refiere el presente artículo, aunque no son nuevos, han visto reconocer su verdadera importancia solamente en los últimos años, en los que el criterio de Reynolds ha tenido muchas aplicaciones. A esto se debe que el principio de similitud que se encuentra generalmente en los textos de hidráulica que tratan de las turbinas y otras máquinas, sea expuesto sin hacer mención del criterio de Reynolds que, sin embargo, como vamos a verlo, es de importancia preponderante en esos casos.

Este método de exposición no permite al lector formarse un concepto claro de lo que son escurrimientos semejantes y las condiciones en que éstos se producen. En cambio, las reservas y limitaciones de aplicación que encuentra en la exposición de la similitud puede dejarle fácilmente la impresión de que la aplicación de este concepto sin previa verificación experimental es, cuando menos, arriesgada.

El objeto de estas líneas, que se basan principalmente en el libro de A. Foch, «Dynamique des fluides», y en un artículo de Dariens, es procurar exponer con claridad en qué consiste el criterio de Reynolds, concepto que no tiene nada de difícil ni de abstracto y es susceptible de mucha utilidad teórica y práctica.

* * *

Como se sabe, las ecuaciones hidrodinámicas de Euler y Lagrange se refieren exclusivamente a flúidos perfectos, esto es, desprovistos de viscosidad. Desgraciadamente, los flúidos reales difieren suficientemente de estas condiciones ideales para que los resultados experimentales se aparten profundamente de las previsiones a que conduce la teoría.

Navier y Stokes procuraron acercar la teoría a la realidad introduciendo en las fórmulas la influencia de las fuerzas de viscosidad.

Si, como lo hace Navier, se admite que la resultante de las fuerzas de viscosidad sobre un elemento de superficie $d\sigma$, cuya orientación está definida por su normal unitaria $\vec{n}$, es

$$\overrightarrow{df} = \mu \frac{d\overrightarrow{v}}{dn} d\sigma \quad (1)$$

en que μ es el coeficiente de viscosidad, y $\frac{d\overrightarrow{v}}{dn}$, la derivada geométrica del vector velocidad, $\overrightarrow{v}$, a lo largo de la normal n , se llega a las llamadas ecuaciones de Navier que, referidas a la unidad de volumen del flúido, son, para la dirección x :

$$\rho \left[\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right] = \rho X - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right]$$

y análogas para las coordenadas. En esta ecuación, u , v y w son las componentes de la velocidad $\overrightarrow{v}$, X , Y , Z las componentes de la fuerza exterior (gravedad u otra) que actúa sobre la unidad de masa.

Desgraciadamente, estas ecuaciones no son integrables sino en casos especialísimos y, por esta razón, a pesar de que en dichos casos conducen a resultados que concuerdan bien con la experiencia, resultan de escasa utilidad.

En estas condiciones no queda más que la experimentación para obtener las leyes de los escurrimientos reales o las modificaciones que es preciso introducir en las fórmulas de la teoría de los flúidos perfectos para que representen con exactitud suficiente los fenómenos realmente observados.

Sin embargo, las variables independientes que intervienen en un fenómeno de dinámica de flúido son muy numerosas, de manera que el estudio de la variación de cada una de ellas en cada caso representa un trabajo experimental considerable, y se comprende la importancia de toda ley que permita reducir el número de variables de cuya variación depende el fenómeno. A esta economía de trabajo experimental tienden los principios que voy a exponer.

Antes de esto, voy a empezar por recordar al lector que, mediante simples consideraciones de *homogeneidad dimensional*, se pueden obtener indicaciones valiosas sobre la forma de las funciones que representan un fenómeno.

Como ejemplo, consideraré las características de una serie de hélices semejantes, es decir, que difieren solamente en el tamaño, de manera que una de ellas queda completamente caracterizada cuando se da una de sus dimensiones, por ejemplo, el diámetro D del círculo que cubre.

Se puede escribir que la fuerza F de tracción de la hélice es de la forma:

$$F = \varphi(\rho, n, V, D)$$

es decir, que la fuerza de tracción depende de la masa específica ρ del flúido; del número de revoluciones por segundo, n , de la hélice; de su velocidad de avance V , y de su diámetro D . Ahora bien, la función φ puede ser reemplazada por un desarrollo en serie, es decir:

$$F = \Sigma (A \cdot \rho^x \cdot n^y \cdot V^z \cdot D^l)$$

Escribamos que cada uno de los términos de esta suma debe tener las dimensiones de una fuerza

$$L M T^{-2} = (M L^{-3})^x (T^{-1})^y (L T^{-1})^z L^t$$

para esto es preciso que los exponentes de L , M y T sean respectivamente iguales en ambos miembros, lo que conduce a:

$$\left. \begin{array}{l} 1 = -3x + z + t \\ 1 = x \\ -2 = -y - z \end{array} \right\}$$

de donde

$$x = 1; \quad y = 2 - z; \quad t = 4 - z$$

Por consiguiente, el término general debe ser de la forma:

$$A \cdot \rho \cdot n^{(2-z)} \cdot D^{(4-z)} = \rho \cdot n^2 \cdot D^4 \cdot A \left(\frac{V}{nD} \right)^z$$

de donde

$$F = \rho \cdot n^2 \cdot D^4 \cdot \Sigma A \left(\frac{V}{nD} \right)^z = \rho \cdot n^2 \cdot D^4 \cdot f \left(\frac{V}{nD} \right)$$

Este resultado nos muestra que la tracción es igual al producto de $\rho n^2 D^4$ por una función sin dimensión de la variable sin dimensión $\frac{V}{nD}$. Por lo tanto, para conocer completamente la característica de tracción de esta familia de hélices, basta con una observación en que se haga variar $\frac{V}{nD}$ sin preocuparse de los valores individuales de V , n o D .

Si el resultado de estas observaciones se traduce por medio de una curva cuyas abscisas sean los valores de $\frac{V}{nD}$ y cuyas ordenadas sean los de $\frac{F}{\rho n^2 D^4}$ se obtiene un gráfico de la característica de tracción, válido para todas las hélices de la serie y para cualquier sistema de unidades, métrico o no.

La experiencia confirma en forma casi perfecta la exactitud de lo anterior, siempre que la verificación se efectúe entre límites tales que el escurrimiento del fluido respecto de la hélice conserve la misma forma. En otras palabras, es preciso que exista similitud dinámica entre los diferentes escurrimientos representados por la curva anterior.

SIMILITUD DINÁMICA.— Consideremos dos sistemas S y S' en los cuales un fluido se encuentra en movimiento respecto de uno o varios cuerpos sólidos, fijos o no. Se dice que estos dos sistemas son dinámicamente semejantes siempre que:

1.º) La figura formada por las partes sólidas del sistema S en un instante

cualquiera t es geoméricamente semejante, con la razón de similitud λ , a la figura formada por las partes sólidas de S' en el instante t' definido por la condición $t' = \tau t$; λ y τ siendo dos números constantes.

2.º Las líneas de corriente del sistema S en el instante t son geoméricamente semejantes, con la razón de similitud λ , a las líneas de corriente del sistema S' en el instante $t' = \tau t$.

Si en ambos sistemas el escurrimiento es permanente, la similitud dinámica exige simplemente que las líneas de corriente que, en este caso coinciden con las trayectorias, sean semejantes en ambos sistemas.

Ahora bien, la similitud de las trayectorias implica consecuencias importantes. Consideremos dos partículas correspondientes en uno y otro sistema, cuyos volúmenes son $d\omega$ y $d\omega'$ y que describen durante los tiempos dt y $dt' = \tau dt$ los arcos elementales ds y $ds' = \lambda ds$; sus velocidades, sus aceleraciones y las fuerzas que actúan sobre ellas están en una razón constante para cada par de instantes correspondientes t y t' . El valor de estas relaciones constantes es

a). Para las velocidades

$$\frac{u'}{u} = \frac{\lambda}{\tau}$$

b). Para las aceleraciones

$$\frac{\gamma'}{\gamma} = \frac{\lambda}{\tau^2}$$

c). Para las fuerzas

$$\frac{F'}{F} = \frac{\rho'}{\rho} \frac{\lambda^4}{\tau^2}$$

Por consiguiente, si dos sistemas son dinámicamente semejantes, la determinación de las velocidades y fuerzas en uno de ellos permite deducir cuál será la distribución de las velocidades y calcular las fuerzas en el otro. Esta observación es de suma importancia por cuanto justifica los ensayos con modelos a escala reducida o aumentada.

En cambio, debe tenerse muy presente que la proposición recíproca puede no ser cierta y que el hecho de ser proporcionales las velocidades y las fuerzas en dos sistemas no implica forzosamente su semejanza.

Por ejemplo, consideremos dos corrientes de aire cuyas velocidades medias son respectivamente de 30 m/seg. y de 0.30 m/seg. y que franquean un obstáculo cilíndrico, normal a la corriente y cuyo diámetro es de 30 cm. en el primer caso y de 1 mm en el segundo. En este caso se tiene $\lambda = 300$ y $\tau = 3$; sin embargo las consecuencias de la similitud dinámica son inaplicables por cuanto, en las proximidades del obstáculo, la distribución de las velocidades son totalmente diferentes en uno y otro caso.

Lo anterior muestra la conveniencia que habría en disponer de un criterio que permita prever de antemano si los escurrimientos van a ser semejantes o no. Este es precisamente el papel del criterio de Reynolds definido por

$$R = \frac{VD}{\nu}$$

en que D es una longitud característica de la escala del sistema y

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

es, por definición, la viscosidad cinemática.

Para mostrar como se presenta este número R en forma natural en la dinámica de los flúidos viscosos, vamos a estudiar su escurrimiento en una cañería lisa, suficientemente larga y en la cual el gasto es constante. En este caso, se puede admitir que la pérdida de carga total, P , es proporcional al largo l de la cañería; admitiremos, además, que la pérdida de carga unitaria $J = P/l$ depende solamente de la masa específica ρ del flúido, del coeficiente de viscosidad, μ ; del diámetro de la cañería, D , y de la velocidad media, $V = Q/\frac{\pi D^2}{4}$. Se tiene, entonces,

$$J = \frac{P}{l} = f(\rho, \mu, D, V) = \Sigma (A \cdot \rho^x \cdot \mu^y \cdot D^z \cdot V^t)$$

Ahora bien, J tiene por dimensión $L^{-2} M T^{-2}$; por consiguiente debe tenerse:

$$L^{-2} M T^{-2} = (M L^{-3})^x (L^{-1} M T^{-1})^y L^z (L T^{-1})^t \quad (*)$$

Lo que conduce a

$$\left. \begin{array}{l} -2 = -3x - y + z + t \\ 1 = x + y \\ -2 = -y - t \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} x = 1 - y \\ z = -1 - y \\ t = 2 - y \end{array}$$

Por consiguiente

$$J = \frac{\rho V^2}{D} \cdot \Sigma A \left(\frac{VD\rho}{\mu} \right)^y = \frac{\rho V^2}{2} \cdot \frac{1}{D} \cdot f \left(\frac{VD}{\nu} \right) \quad (3)$$

Se ve que la función desconocida depende únicamente del número de Reynolds y que el problema se reduce a determinar la forma de esa función. Ahora bien, es evidente que esa función depende de la manera como se distribuyen las velocidades en el escurrimiento; por consiguiente, si para una cañería dada existen varios regímenes de escurrimiento, el cambio de régimen implicará un cambio en la forma de $f(R)$.

La existencia efectiva de diferentes regímenes de escurrimiento es bien conocida y fácil de comprobar en cualquier laboratorio de hidráulica. Si se hace escu-

(*) Las dimensiones de μ se deducen de (1):

$$\mu = \frac{dF}{d\sigma} \cdot \frac{dn}{dV} = \frac{L T M^{-2}}{L^2} \cdot \frac{L}{L T^{-1}} = L^{-1} M T^{-1}$$

rrir agua o cualquier otro líquido transparente por un tubo de vidrio, se observa, cuando se hace crecer lentamente la velocidad, que, a partir de cierto valor de ésta, el líquido hasta entonces transparente, toma un aspecto turbio o, mejor, heterogéneo. Si, como lo hizo O. Reynolds, se hace llegar un filete coloreado en el centro de una sección del tubo en el cual escurre un líquido incoloro, se constata que, para velocidades pequeñas, este filete se extiende según el eje sin mezclarse con el líquido. En cambio, a partir de cierto valor de la velocidad, este filete se retuerce y difunde rápidamente en la masa del líquido.

Estas experiencias demuestran que, en el primer caso, el escurrimiento se efectúa por capas concéntricas paralelas a las paredes del tubo: es el llamado régimen laminar y tranquilo. En el segundo caso las velocidades tienen componentes transversales importantes cuya dirección cambia constantemente y se habla de un régimen turbulento.

Pues bien, en cada uno de estos regímenes corresponde un valor diferente de $F(R)$. Designemos por λ el coeficiente de pérdida lineal de carga definido por

$$\lambda = \frac{J}{\frac{\rho V^2}{2} \cdot \frac{l}{D}} \quad (4)$$

y construyamos un gráfico de los valores de λ en función de los de $R = \frac{VD}{\nu}$. La

experiencia muestra que, para valores crecientes de R , los valores de λ empiezan por decrecer, crecen bruscamente y decrecen nuevamente en seguida. Lo interesante es que, para un tubo cilíndrico liso, se obtiene la misma curva cualquiera que sea el líquido experimentado: aire, hidrógeno, agua, glicerina o líquidos viscosos.

Me referiré brevemente a las experiencias de Schiller que estudian el asunto en forma más cuantitativa.

EXPERIENCIAS DE SCHILLER.—En un recipiente en el cual el nivel del líquido puede ser mantenido a diferentes alturas, se coloca un tubo cilíndrico provisto en su

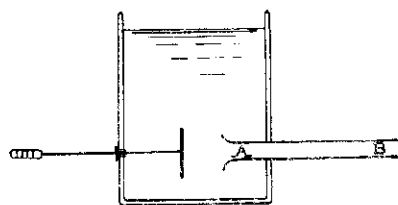


FIG. 1

entrada de una boquilla destinada a guiar los filetes líquidos (Figura 1). Frente a esa boquilla se coloca una placa cuya distancia a la boquilla puede ser modificada y cuyo papel es producir una mayor o menor turbulencia de los filetes que penetran en el tubo. Se mide la pérdida de carga P entre las secciones A y B separadas por la distancia l y se construye (Figura 2) un gráfico de los valores de λ

$$\lambda = \frac{P : l}{\frac{\rho V^2}{2} D} \quad (4')$$

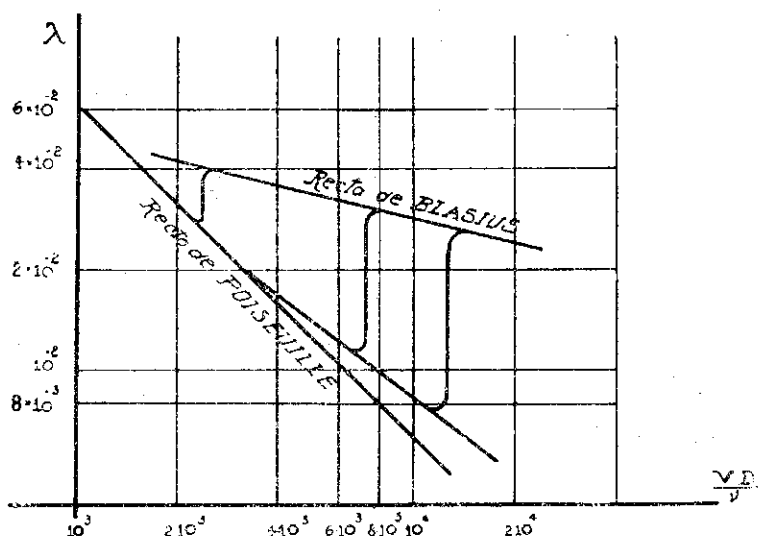


FIG. 2

en función de los del número de Reynolds. Se adoptarán para ambos ejes escalas logarítmicas.

Los resultados de la experiencia son los siguientes:

1.º Para una distancia fija de la placa a la boquilla se observa que

a) Para velocidades pequeñas la curva empieza por una recta de pendiente

—1. Por lo tanto, para esos valores, $f(R)$ es de la forma $\frac{\nu}{VD}$ y se tiene

$$J = \frac{\rho V^2}{2D} \cdot \frac{A \nu}{VD} = A \mu \frac{V}{D^2}$$

o, introduciendo el gasto Q ,

$$Q = BJ \frac{D^3}{\mu} \quad (\text{Ley de Poiseuille})$$

b) Para grandes velocidades, la curva coincide bastante bien con una recta de pendiente $-\frac{1}{4}$; por consiguiente,

$$\lambda = K \left(\frac{VD}{\nu} \right)^{-\frac{1}{4}} \quad (\text{Esta es la Ley de Blasius})$$

quien encontró

$$K = 0,32$$

y, por lo tanto,

$$J = B \frac{V^{\frac{7}{4}}}{D^{\frac{5}{4}}}$$

c) Para velocidades crecientes, el paso del primer régimen al segundo se verifica para un valor bien determinado de R ; para valores inferiores, el régimen laminar es estable, mientras que para valores mayores de R la estabilidad corresponde al régimen turbulento.

El fenómeno presenta histeresis, de manera que, para velocidades decrecientes, el paso de un régimen a otro se verifica para valores de R más pequeños que en el caso de velocidades crecientes.

2.º Si se hace variar la distancia de la placa a la boquilla, cambia el valor de R característico del cambio de régimen; sin embargo, es imposible mantener un régimen turbulento con valores de R inferiores a 2 400.

Como hemos dicho, estos resultados valen para cualquier flúido, de manera que el número de Reynolds constituye un verdadero criterio de la similitud de los escurrimientos, por lo menos en el caso de escurrimiento de cañerías. Se puede mostrar en forma casi intuitiva que este resultado tiene que ser general.

GENERALIDAD DEL CRITERIO DE REYNOLDS.—El movimiento de un flúido natural es influenciado por una gran cantidad de factores característicos del flúido; sin embargo, cuando éste no tiene superficies libres en las vecindades de la región que se considera, estos factores se reducen, como lo indica la ecuación de Navier, a las fuerzas exteriores, las fuerzas de inercia, la compresibilidad y la viscosidad.

En realidad, aunque los gases sean aparentemente muy compresibles, las variaciones de ρ que se producen por este capítulo, aun para las grandes velocidades desarrolladas por los aviones, son despreciables. Además, en muchos casos muy importantes en la práctica, las fuerzas exteriores, es decir, la gravedad, no tienen influencia sobre la distribución de las velocidades y el escurrimiento queda dependiendo únicamente de las fuerzas de inercia y de las de viscosidad.

Cuando las primeras son muy preponderantes y permiten despreciar las segundas, las leyes de la dinámica de los flúidos perfectos representan con una aproximación satisfactoria el fenómeno real. A esta categoría de fenómenos pertenecen, además de la ola irrotacional de Gerstner, y del escurrimiento por orificios y vertederos, todos aquellos en los cuales un flúido relativamente denso experimenta aceleraciones importantes.

En cambio, si las fuerzas de viscosidad predominan, obtenemos escurrimientos de tipo diametralmente opuesto como son los de líquidos muy viscosos o bien los de flúidos considerados a escala muy pequeña, como sucede en los conductos capilares.

Entre estas dos categorías extremas se clasifican todos los fenómenos en que el frotamiento y la inercia intervienen en proporciones comparables. Se comprende que dos escurrimientos de esta categoría intermedia y geoméricamente semejantes serán tanto más análogos dinámicamente, cuanto más iguales sean en ellos la proporción entre las fuerzas de inercia y las de viscosidad.

Consideremos sendos elementos de volumen, ubicados en puntos correspondientes de dos sistemas semejantes; sus dimensiones quedarán fijadas por una longitud homóloga cualquiera D . La fuerza de inercia que actúa sobre este elemento será proporcional al producto de su masa por la aceleración, esto es, a

$$D^3 \rho \frac{V^2}{r}$$

en que r es el radio de curvatura, el que, en virtud de la similitud supuesta, es proporcional a D . En resumen, las fuerzas de inercia en un sistema son proporcionales en cada punto a

$$\rho \cdot V \cdot D^2 \quad (5)$$

Las fuerzas de viscosidad, en cambio, son, en virtud de (1), proporcionales a (*)

$$\mu \frac{V}{D} D^2 = \mu V D \quad (6)$$

Por consiguiente, el criterio de similitud que buscamos será la razón de las expresiones (5) y (6), es decir

$$R = \frac{\rho V^2 D}{\mu V D} = \frac{V D}{\nu} \quad (7)$$

es decir, el mismo número de Reynolds. En esta expresión, D es la longitud de una dimensión cualquiera del sistema, la misma en todos los sistemas que se quieren comparar, y ν es la viscosidad cinemática del fluido; su valor es 0.14 C G S para el aire y de 0.01 C G S para el agua.

Por consiguiente, el número de Reynolds es el mismo para todos los sistemas dinámicamente semejantes y basta para caracterizar los diferentes regímenes de escurrimiento que pueden producirse, con fluidos y velocidades cualesquiera, en sistemas geoméricamente semejantes.

Como lo hemos visto más arriba, cada magnitud característica del problema contiene una función que depende exclusivamente del número de Reynolds. Ciertamente es que esta función tiene que ser obtenida casi siempre por medio de la experiencia, pero su conocimiento suministra la solución completa del problema para todo sistema geoméricamente semejante al experimentado y para cualquier fluido y para todas las velocidades.

EJEMPLOS Y APLICACIONES.— El criterio de Reynolds permite precisar las nociones un tanto vagas de «fluidos viscosos», «escurrimientos lentos», etc. que son muy relativas. Por ejemplo, una esfera de un centímetro de diámetro que cae en un fluido muy viscoso como la miel ($\mu=50, \rho=1$ C G S) con una velocidad de 1 cm/seg constituye un escurrimiento caracterizado por

$$R = \frac{1 \times 1}{50} = 0,02$$

Pues bien, a pesar de las enormes diferencias aparentes, este fenómeno resulta absolutamente análogo a la caída de una vesícula de neblina de 0.2 mm de diámetro, en el aire, con una velocidad de 0.14 cm/seg; en efecto, está caracterizado por

$$R = \frac{0.02 \times 0.14}{0.14} = 0.02$$

(*) En efecto, en primera aproximación, $\frac{dV}{dn}$ es proporcional a $\frac{V}{D}$

Del mismo modo, la ascensión de un globo esférico de 2 m de diámetro con una velocidad de 1.4 m/seg. corresponde a un valor

$$R = \frac{200 \times 140}{0.14} = 200\,000$$

La gran diferencia en el número de Reynolds permite prever que este fenómeno va a ser profundamente diferente de los anteriores; en efecto, el paso del globo en la atmósfera origina la formación de una estela turbulenta cuya complejidad desafía hasta ahora toda teoría, mientras que los dos fenómenos citados anteriormente obedecen a la ley de Stokes.

Sin embargo, la ascensión del globo puede ser estudiada experimentalmente con una esfera de 20 cm. colocada en una corriente de agua de 1 m/seg, puesto que este escurrimiento corresponde a

$$R = \frac{20 \times 100}{0.01} = 200\,000$$

Substituciones como ésta resultan especialmente útiles para los laboratorios donde, en la mayoría de los casos, no se puede hacer los ensayos a escala natural.

Por ejemplo, supongamos que se quiere ensayar un modelo de avión a escala de 1:8; para obtener valores del número de Reynolds iguales a los que van a corresponder al desplazamiento del aeroplano, sería necesario ensayar el modelo con velocidades 8 veces mayores que las que va a desarrollar el avión. Esto es del todo imposible, no solamente porque exigiría una potencia prohibitiva del ventilador, sino que, como estas velocidades resultarían superiores a las del sonido en el aire, las propiedades y el comportamiento de este flúido resultarían profundamente modificadas. (*)

Es preciso, entonces, disminuir ν , ya sea aumentando la densidad del flúido comprimiéndolo (**) o substituyéndolo por gas carbónico o mejor por agua, cuya viscosidad cinemática es 14 veces menor.

Especialmente ventajosa resulta la substitución del vapor por agua en los ensayos de turbina de vapor; en efecto, permite el empleo de modelos *ampliados* en los que una corriente de agua de algunos m/seg. reemplaza el vapor con sus velocidades de varios centenares de m/seg.

Si volvemos a la definición de la similitud dinámica dada anteriormente, vemos que la igualdad del número de Reynolds en los sistemas S y S' exige que se tenga

$$\lambda^2 = \tau$$

y es evidente que esta condición es incompatible con lo dicho entonces respecto a

(*) En este caso influye la compresibilidad, lo que es contrario a la hipótesis que nos condujo al criterio de Reynolds.

(**) El coeficiente de viscosidad μ es independiente de la presión siempre que el gas no se aparte mucho del estado perfecto, en cambio, ρ crece con la presión y ν resulta inversamente proporcional a ella.

la similitud de una serie de hélices o turbinas para diferentes velocidades, puesto que allí el parámetro D y la velocidad V varían independientemente.

Felizmente, para que la similitud del escurrimiento se verifique, por lo menos con una aproximación suficiente, no es necesario que el valor de R sea exactamente el mismo en ambos casos sino que basta con que esté comprendido entre ciertos límites que son los que caracterizan un cambio de régimen.

Ya hemos visto, en el caso de las cañerías lisas, que un valor de R inferior a 2 400 es razón suficiente para que el escurrimiento siga la ley de Poiseuille. Del mismo modo, cuando R tiene valores comprendidos entre 5 000 y 100 000, el escurrimiento sigue la ley de Blasius.

Algo parecido, aunque más complicado, se observa en el escurrimiento de un fluido que tiene que franquear un obstáculo cilíndrico cuyas generatrices son perpendiculares a la dirección general de la corriente. Los fenómenos que se observan entonces son:

- a). Para valores pequeños de R , inferiores a 10, por ejemplo, las líneas de corriente difieren muy poco de una forma simétrica aguas arriba y aguas abajo del obstáculo; no se observa ninguna estela. (Figura 3)
- b). Para valores mayores, comprendidos aproximadamente entre 10 y 100, aparece una estela en forma de corazón formada por dos torbellinos estacionarios en los que el líquido no se renueva. (Figura 4).

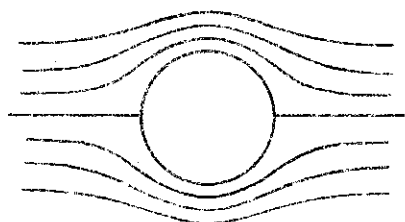


FIG 3

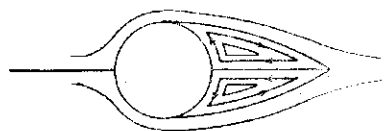


FIG 4

- c). Cuando R está comprendido entre 100 y 3 000 el fenómeno cambia nuevamente: la estela se disloca y se observa que la capa de torbellinos que parte de uno

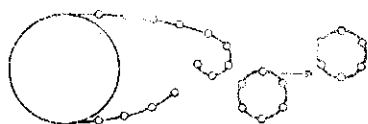


FIG 5

de los costados se enrolla en espiral y forma una corona de torbellinos que se desprende y es arrastrada por la corriente; esto se produce alternativamente a uno y otro lado del obstáculo y, como a consecuencia de ello, tiende a oscilar perpendicularmente a la corriente. (Figura 5).

Este fenómeno designado con el nombre de avenida de torbellinos de Bénard y Karman es el que explica el canto de los alambres telegráficos (arpas colianas) [$D=0.4$ cm, $V=7$ m/seg, $\nu=0.14$, $R=2\,000$], las oscilaciones de amplitud importante que se observan en cables eléctricos gruesos con vientos muy suaves [$D=2.8$ cm, $V=1$ m/seg, $\nu=0.14$, $R=2\,000$] o el movimiento de las totoras en co-

corrientes casi insensibles [$D=2$ cm, $V=10$ cm/seg, $\nu=0.01$, $R=2\,000$]. En efecto, todos estos fenómenos corresponden a valores análogos de R .

d). Para valores de R mayores aún, se vuelve a formar una estela en reposo relativo, pero esta estela es turbulenta y tiende a mezclarse con el resto de la corriente.

e). Cuando R alcanza el valor de $200\,000$, la estela deforma pero conservando su aspecto general; el coeficiente de resistencia disminuye bruscamente para volver a crecer lentamente cuando $R > 500\,000$.

El análisis dimensional indica que el obstáculo presenta al escurrimiento es de la forma

$$T = \frac{\rho V^2 D}{2} f(R)$$

La figura 6, cuyas ordenadas representan los valores del coeficiente de resistencia

$$c = \frac{T}{\frac{\rho V^2 D}{2}}$$

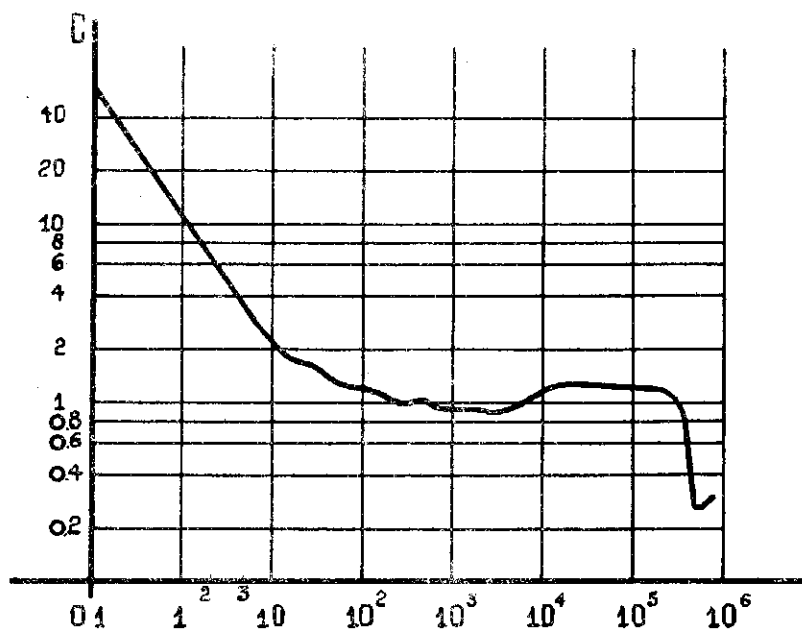


FIG. 6

en función de los valores de R confirma la existencia de los diferentes regímenes indicados cuando el obstáculo es un cilindro circular: se observa un cambio para los valores de $R=10, 100, 3\,000, 200\,000$ y $500\,000$.

Creo que los ejemplos anteriores, aunque muy incompletos, bastarán para que el lector se dé cuenta cabal de la utilidad y fecundidad del criterio de Reynolds y de la imposibilidad de prescindir de él en las aplicaciones del concepto de similitud dinámica.